# PENGKAJIAN OSILATOR HARMONIK SECARA KUANTUM DENGAN SIMULASI MENGGUNAKAN BAHASA PEMROGRAMAN DELPHI 7.0

**Disusun oleh :**

**ADITIYA**

**M 0205011**

**SKRIPSI**

**Diajukan untuk memenuhi sebagian**

**persyaratan mendapatkan gelar Sarjana Sains Fisika**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS SEBELAS MARET**

**SURAKARTA**

**Juli, 2009**

## HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini dibimbing oleh :

| Pembimbing I | Pembimbing II |
| --- | --- |
| Dra. Suparmi, M.A., Ph.D. | Viska Inda Variani, S.Si., M.Si. |
| NIP. 19520915 197603 2 001 | NIP. 19720617 199702 2 001 |

Dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi pada :

Hari : Selasa

Tanggal : 21 Juli 2009

Anggota Tim Penguji :

1. Drs. Suharyana, M.Sc. (............................................)
   NIP. 19611217 198903 1 003
2. Dr. Eng. Budi Purnama, S.Si., M.Si (............................................)
   NIP. 19731109 200003 1 001

Disahkan oleh

Jurusan Fisika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Sebelas Maret Surakarta

| Dekan Fakultas MIPA | Ketua Jurusan Fisika |
| --- | --- |
| Prof. Drs. Sutarno, M.Sc., Ph.D | Drs. Harjana, M.Si, Ph.D. |
| NIP. 19600809 198612 1 001 | NIP. 19590725 198601 1 001 |

# PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul **"PENGKAJIAN OSILATOR HARMONIK SECARA KUANTUM DENGAN SIMULASI MENGGUNAKAN BAHASA PEMROGRAMAN DELPHI 7.0"** adalah benar-benar hasil penelitian sendiri dan tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu perguruan tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat kerja atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Surakarta, 21 Juli 2009

ADITIYA

**PENGKAJIAN OSILATOR HARMONIK SECARA KUANTUM DENGAN SIMULASI MENGGUNAKAN BAHASA PEMROGRAMAN DELPHI 7.0**

Jurusan Fisika Fakultas MIPA Universitas Sebelas Maret

## ABSTRAK

Telah dilakukan pendeskripsian secara numerik osilator harmonik menggunakan bahasa pemrograman Delphi 7.0. Fungsi gelombang dan kerapatan peluang ditunjukkan dengan polinomial hermitte dan digambarkan dalam bentuk grafik untuk n = 0 sampai n = 10. Grafik dapat digunakan untuk menjelaskan kelakuan partikel yang bergerak dibawah pengaruh dari gaya periodik (osilasi). Fungsi gelombang juga dapat diturunkan menggunakan metode operator (aljabar) dalam bentuk differensial orde satu dan diselesaikan dengan bahasa pemrograman Maple 9.5.

Kata kunci:osilator harmonik, metode operator, polinom hermitte

**STUDY OF QUANTUM HARMONIC OSCILLATOR THROUGH SIMULATION USING DELPHI 7.0 PROGRAMMING LAGUAGE**

Physics Department MIPA Faculty Sebelas Maret University

## ABSTRACT

The harmonic oscillator has been described numerically using Delphi 7.0 programming language. It's wave function and probabilistic density expressed by hermitte polynomial are visualized graphically for n = 0 until n = 10. The graph can be used to describe the behavior of particles that moves under the influence of periodic force (oscillation). In addition to the solution using polynomial hermitte, the wave function also can be derived using operator method (algebraic) which is expressed as first order differential expression and solved using Maple 9.5 programming.

Keywords: harmonic oscillator, operator method, hermitte polynomial

## MOTTO

**”Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan, maka apabila kamu telah selesai dari suatu urusan kerjakanlah dengan sungguh – sungguh urusan yang lain, dan hanya kepada Allah kamu berharap.”**

**Q.S Al-Insyirah : 6 – 8**

# PERSEMBAHAN

*Bapak dan Ibuku tercinta .*

*Adikku tercinta (Firmanda)*

*Almamaterku UNS*

# KATA PENGANTAR

Puji Syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, karunia, dan ijin-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini untuk memenuhi sebagian persyaratan guna mencapai gelar Sarjana Sains dari Jurusan Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret Surakarta.

Dalam penyusunan laporan ini, penulis tidak lepas dari bimbingan, pengarahan dan bantuan dari berbagai pihak, maka pada kesempatan ini penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada :

1. Prof. Drs. Sutarno, M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas MIPA Universitas Sebelas Maret Surakarta.
2. Drs. Harjana, M.Si, Ph.D. selaku Ketua Jurusan Fisika Fakultas MIPA Universitas Sebelas Maret Surakarta atas bimbingan dan sarannya.
3. Dra Suparmi MA, PhD, selaku Pembimbing I yang telah mendampingi selama penelitian, memberi motivasi, bimbingan, nasehat dan saran dalam penyusunan skripsi.
4. Viska Inda Variani M.Si selaku Pembimbing II yang telah memberikan motivasi, melatih kesabaran dan saran dalam penyelesaian skripsi.
5. Temen angkatan 2005 yang telah memberikan motivasi dalam penyelesaian skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Untuk itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun demi hasil yang lebih baik lagi. Penulis juga berharap semoga laporan ini dapat bermanfaat dan memberi tambahan ilmu bagi pembaca.

Surakarta, 21 Juli 2009

ADITIYA

# DAFTAR SIMBOL

| | |
|---|---|
| m | = massa atom (kg) |
| ω | = kecepatan sudut (rad/s) |
| n | = bilangan kuantum |
| h | = konstanta planck (6.626 x $10^{-34}$ J.s ) |
| $\hbar$ | $= \dfrac{h}{2\pi} = 1.054 \text{ x } 10^{-34}$ J.s |
| $\psi$ | = fungsi gelombang |
| $\lvert\psi\rvert^2$ | = probabilitas fungsi gelombang |
| *U (x)* | = energi potensial |
| $H_n$ | = polinomial hermitte dengan suku ke-n |
| $v$ | = frekuensi osilator harmonik |
| k | = konstanta pegas ( N/m ) |
| $\omega_{cl}(x)$ | = kerapatan peluang secara klasik |
| $\omega_{qu}(x)$ | = kerapatan peluang secara kuantum |
| $\phi$ | = konstanta fase |
| T | = periode |
| A | = amplitudo |

# DAFTAR ISI

Halaman

# DAFTAR TABEL

Halaman

# DAFTAR GAMBAR

Halaman

# DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

# BAB I
# PENDAHULUAN

## 1.1. Latar Belakang Masalah

Teknologi nano memainkan peranan penting dalam pengembangan teknologi informasi (TI). Produk teknologi nano dalam bidang TI antara lain telepon genggam semakin kecil, komputer memiliki hardisk berukuran kecil dengan kapasitas memori yang semakin besar. Aplikasi lain adalah penambahan kepadatan jumlah divais. Kepadatan divais dapat digambarkan seperti transistor yang dibuat lebih kecil maka kepadatan jumlah transistor pada ukuran chip yang sama akan menjadi lebih besar (Nuryadi, 2006).

Teknologi nano memungkinkan aplikasi efek kuantum. Ukuran material jika mencapai satuan nanometer, maka secara otomatis akan muncul fenomena-fenomena baru dalam fisika kuantum yang tidak dijumpai pada fenomena fisika klasik, yaitu efek kuantum. Fenomena unik ini menjadi perhatian yang besar bagi ilmuan sekarang untuk diaplikasikan dalam teknologi elektronika saat ini (Nuryadi, 2006).

Sinyal digital dalam daerah 1 dimensi bermanfaat untuk teknologi radar. Radar merupakan salah satu aplikasi dari sistem yang berosilasi harmonik. Radar mengirimkan sinyal dan mendapatkan *echo*. Sinyal dikirimkan menuju target memiliki batasan dan kecepatan tertentu. Fungsi eigen osilator harmonik dan fungsi pembawa sinyal pada radar memiliki mekanisme yang sama (Gurevich, 2008).

Penggunaan efek kuantum sendiri dalam divais bermacam-macam. Salah satunya adalah divais elektronika yang menggunakan struktur kecil kuantum dot maupun superlatis. Pada divais dengan struktur superlatis inilah yang diproyeksikan bisa dipakai dalam aplikasi divais dengan kecepatan tinggi. Contoh divais dari jenis ini yang sudah diproduksi adalah HEMT (High Electron Mobility Transistor) yang biasa dipakai pada sistem pemancar satelit (Nuryadi, 2006).

Komputer fotonik merupakan salah satu gagasan yang nantinya akan dapat dinikmati pada awal millenium ke-3. Hal ini dikarenakan melihat perkembangan teknologi serat optik yang berkembang sangat cepat. Salah satu yang sudah ada adalah pengembangan sumber cahaya dalam bentuk laser semikonduktor dan LED (Light Emitting Dioda) yang dapat dipakai sebagai sumber cahaya pada komputer fotonik. Pada komputer fotonik data akan disimpan secara tiga dimensi dalam medium yang ketebalannya berorde mikrometer (Akhadi, 2002).

Kisi merupakan pola geometri dari kristal. Spektrum dari vibrasi kisi adalah penting untuk mempelajari masalah yang terkait dengan interaksi foton dan elektron dengan kisi kristal, absorbansi inframerah, difraksi sinar x dan kapasitas panas. Atom yang bervibrasi dalam daerah 1 dimensi diasumsikan longitudinal dimana arah pergerakan partikel tegak lurus dengan arah perambatan gelombang (Kittel, 1953).

Atom berosilasi harmonik dalam kristal memiliki fungsi gelombang. Osilasi harmonik dapat diselesaikan dengan menggunakan beberapa cara yaitu persamaan orde II, fungsi pembangkit, polinomial hermitte dan operator. Atom berosilasi memiliki bilangan kuantum tertentu apabila bilangan kuantum besar maka terdapat korespondensi antara mekanika klasik dan mekanika kuantum. Berdasarkan pada fungsi gelombang dan probabilitas maka dapat diprediksikan momentum partikel atomik.

Program yang sudah ada menggunakan polinomial hermitte. Program dibuat dengan bahasa pemrograman fortran 77 dan sedikit perulangan dalam C yang dikemas dalam software INTERQUANTA (Dahmen,1989). Bahasa pemrograman C merupakan bahasa pemrograman tingkat menengah (Yuana, 2005). Oleh karena itu perlu digunakan bahasa pemrograman baru sehingga mudah untuk digunakan oleh user. Pascal adalah bahasa pemrograman tingkat tinggi dan terstruktur. Pascal merupakan dasar pemrograman visual Delphi. *Polinomial hermitte* dan fungsi operator akan dibuat dengan menggunakan software Delphi dengan bantuan Maple 9.5.

## I.2. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dituliskan perumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimanakah mendeskripsikan osilator harmonik secara kuantum dalam bentuk grafik?
2. Bagaimanakah grafik yang diprogram dengan metode polinomial hermitte dan operator osilator harmonik?

## I.3. Tujuan Penelitian

Tujuan yang akan dicapai dalam penelitian ini adalah:

1. Mendeskripsikan osilator harmonik secara kuantum dalam bentuk grafik.
2. Membandingkan grafik yang diprogram dengan metode polinomial hermitte dan operator osilator harmonik.

## I.4. Batasan Penelitian

Penyusunan program untuk penyelesaian secara numerik osilator harmonik menggunakan polinomial hermitte dan metode operator dilakukan untuk n = 0 sampai n = 10. Program dapat menampilkan hubungan antara fungsi gelombang ($\psi_n$) dan posisi (x) serta menampilkan hubungan probabilitas $|\psi_n|^2$ dan posisi (x).

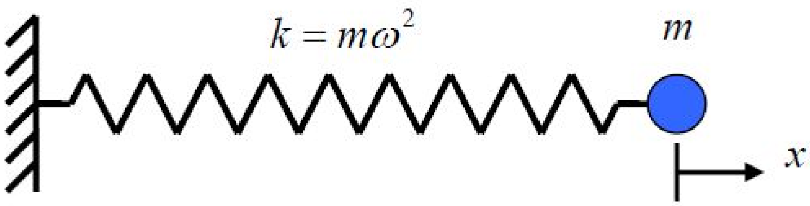
## I.5. Manfaat Penelitian

Memberikan pengalaman penelitian dalam bidang simulasi dari partikel atomik dengan menggunakan bahasa pemrograman Delphi 7.0 dan dibantu Maple 9.5. Selain itu, dapat digunakan untuk mengkaji sifat partikel atom yang bermanfaat juga untuk pengembangan bidang lain seperti material, zat padat.

# BAB II
# TINJAUAN PUSTAKA

## II.1 Osilator Sederhana

Gerak periodik adalah gerak berulang dari suatu objek dalam jangka waktu yang sama. Sebagai suatu pengetahuan contohnya adalah bumi kembali ke posisi yang sama ketika setelah setahun mengitari matahari. Pada khususnya sebenarnya banyak sistem yang melakukan gerak periodik yaitu molekul dalam zat padat berosilasi disekitar titik setimbangnya, gelombang elektromagnetik seperti gelombang cahaya, radar, dan gelombang radio merupakan karakteristik dari osilasi listrik dan medan magnet. Gerak periodik terjadi pada sistem mekanik ketika gaya yang diberikan akan sebanding dengan jarak relatif obyek terhadap titik setimbangnya. Jika gaya selalu diarahkan ke titik setimbangnya maka gerak tersebut dikenal sebagai gerak harmonik sederhana (Serway and Jewett, 2004).




Gambar 2.1. Sistem pegas bermassa sederhana untuk partikel
(Mortara, 2009)

Persamaan yang digunakan untuk merepresentasikan gerak harmonik sederhana adalah

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \qquad (2.1)$$

Jika rasio dari $k/m = \omega^2$, maka persamaan (2.1) berubah menjadi

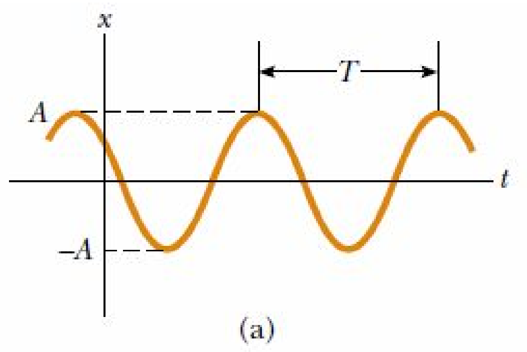
$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \qquad (2.2)$$

Solusi dari persamaan orde dua diatas dapat di tuliskan dalam bentuk

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi) \tag{2.3}$$

dengan frekuensi osilator harmonik.

$$v = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{2.4}$$




Gambar 2.2. Grafik x vs t osilator sederhana dengan konstanta fase $\phi$ periode T (Serway and Jewett, 2004).

## II.2 Osilator Kuantum

Teori atom bohr dapat menjelaskan mengenai gejala atomik meskipun memiliki pembatasan yang berat. Kelemahan teori atom bohr diantaranya tidak dapat menjelaskan mengenai mengapa garis spektral tertentu memiliki intensitas yang lebih tinggi dari yang lain (mengapa transisi tertentu antara tingkat energi berpeluang lebih besar dari yang lain). Teori tersebut tidak dapat menerangkan hasil pengamatan bahwa banyak garis spektral sesungguhnya terdiri dari garis garis terpisah yang panjang gelombangnya berbeda sedikit (Beiser, 1992).

Gerak harmonik terjadi jika suatu sistem jenis tertentu bergetar disekitar konfigurasi setimbangnya. Sistemnya bisa terdiri dari benda yang digantung pada sebuah pegas atau terapung pada zat cair, molekul dwi atom, sebuah atom dalam kisi kristal terdapat banyak sekali contoh dalam dunia mikroskopik dan juga makroskopik. Persyaratan supaya gerak harmonik terjadi adalah terdapatnya gaya pemulih yang beraksi untuk mengembalikan ke konfigurasi setimbangnya jika sistem itu diganggu, kelembaman massa yang bersangkutan mengakibatkan benda melampaui kedudukan setimbangnya, sehingga sistem itu berosilasi terus menerus jika tidak terdapat proses disipatif (Beiser, 1992).

Persamaan Schrödinger untuk osilator harmonik dengan $U(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 x$ ialah:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \psi = E\psi \qquad (2.5)$$

Untuk menyederhanakan persamaan (2.5) maka akan ada kuantitas tak berdimensi

$$y = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x \qquad (2.6)$$

Dan

$$\varepsilon \equiv \frac{2E}{\hbar\omega} \qquad (2.7)$$

Persamaan Schrödinger dinyatakan dalam y dan $\epsilon$ adalah sebagai berikut

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} + (\varepsilon - y^2)\psi = 0 \qquad (2.8)$$

Persamaan (2.8) dapat diselesaikan dengan metode deret, akan tetapi ini akan sangat sulit, lebih mudah mengungkapkan fungsi gelombang sebagai fungsi yang lain dengan mengalikan dengan asimtot fungsi.

Dengan menggunakan asimtot ini berarti daerah x atau y menjadi tak terbatas. Sehingga persamaan (2.8) dapat dituliskan dalam bentuk.

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} - y^2\psi = 0 \qquad (2.9)$$

Dengan menggunakan subtitusi $\psi(y) = Ae^{-y^2/2}$ dengan *A* konstan . Ini dapat diperiksa dengan subtitusi ke persamaan (2.9)

Solusi persamaan (2.8) dapat dituliskan dalam bentuk

$$\psi(y) = h(y)e^{-y^2/2} \qquad (2.10)$$

Subtitusi kedalam persamaan (2.8) akan didapatkan pola *h(y)* seperti berikut ini:

$$h'' - 2yh' + (\varepsilon - 1)h = 0 \tag{2.11}$$

Dimana $h' = \frac{dh}{dy}$ dan $h'' = \frac{d^2h}{dy^2}$

Persamaan (2.11) dapat diselesaikan dengan metode deret dimana

$$h(y) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m y^m \tag{2.12}$$

$$h'(y) = \sum_{m=1}^{\infty} m a_m y^{m-1} = \sum_{m=0}^{\infty} m a_m y^{m-1} \tag{2.13}$$

$$h''(y) = \sum_{m=2}^{\infty} m(m-1) a_m y^{m-1} = \sum_{m+2=2}^{\infty} (m+2)(m+2-1) a_{m+2} y^{m+2-2}$$

$$h''(y) = \sum_{m=0}^{\infty} (m+2)(m+1) a_{m+2} y^m \tag{2.14}$$

Subtitusi persamaan (2.12) ,(2.13) dan (2.14) ke dalam persamaan (2.11) maka akan diperoleh persamaan

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left[ (m+2)(m+1) a_{m+2} - (2m+1-\varepsilon) a_m \right] y^m = 0 \tag{2.15}$$

Persamaan mirip seperti deret $y^m$ memeberikan hubungan perulangan

$$a_{m+2} = \frac{2m+1-\varepsilon}{(m+2)(m+1)} a_m \tag{2.16}$$

Untuk m yang besar maka perulangannya akan berbentuk

$$a_{m+2} \approx \frac{2}{m} a_m \tag{2.17}$$

Sehingga rasio perbandingan untuk deret $h(y) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m y^m$ untuk m yang besar akan berbentuk

$$\frac{a_{m+2} y^{m+2}}{a_m y^m} = \frac{(2m+1-\varepsilon)}{(m+2)(m+1)} y \approx \frac{2y^2}{m} \tag{2.18}$$

Sekarang coba lihat deret

$$e^x = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{x^m}{m!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots$$

Diberikan

$$e^{x^2} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{x^m}{m!} = 1 + x^2 + \frac{x^4}{2!} + \frac{x^6}{3!} + \frac{x^8}{4!} + \ldots$$

$$e^{x^2} = \sum_{m=0,2,4}^{\infty} \frac{x^m}{(m/2)!} \qquad (2.19)$$

Sehingga dapat menentukan rasio

$$\frac{x^{m+2}}{(m/2)x^m} = \frac{2x^2}{m} \qquad (2.20)$$

Sama dengan persamaan (2.18) untuk m yang besar maka akan diperoleh

$$h(y) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m y^m \approx e^{y^2}$$

Untuk itu persamaan gelombangnya

$$\psi(y) = h(y)e^{-y^2/2} = \left(\sum_{m=0}^{\infty} a_m y^m\right)e^{-y^2/2}$$

$$\psi(y) \approx e^{y^2} e^{-y^2/2} = e^{y^2/2} \qquad (2.21)$$

Untuk $y \to \infty$ fungsi gelombangnya tidak ternormalisasi

$$a_{m+2} \equiv a_{n+2} = 0 \qquad (2.22)$$

Persamaan (2.22) digunakan bersama sama dengan persamaan (2.16) memberikan hasil

$$2m + 1 - \varepsilon \equiv 2n + 1 - \varepsilon = 0 \qquad (2.23)$$

Dengan

$$\varepsilon \equiv \frac{2E}{\hbar\omega} = 2n + 1 \qquad (2.24)$$

Atau

$$E_n = (n + 1/2)\hbar\omega \qquad \text{n = 0,1,2,3..} \qquad (2.25)$$

Perhatikan fungsi gelombang sebutlah $h(y) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m y^m$ akan menjadi berbeda untuk tiap nilai n

$$h_n(y) = \sum_{m=0}^{n} a_m y^m \qquad (2.26)$$

Dan

$$\psi_n(y) = h_n(y)e^{-y^2/2} = \left(\sum_{m=0}^{n} a_m y^m\right)e^{-y^2/2} \tag{2.27}$$

Sehingga persamaan (2.16) dapat dituliskan menjadi

$$a_{m+2}^{(n)} = \frac{2(m-n)}{(m+2)(m+1)}a_m \tag{2.28}$$

Dengan menggunakan persamaan (2.24) dan (2.16) maka untuk n = 0

$$h_0(y) = a_0 \tag{2.29}$$

Dan

$$\psi_0(y) = a_0 e^{-y^2/2} \tag{2.30}$$

Untuk n = 1 maka akan diperoleh $a_0$ = 0 dan

$$h_1(y) = a_1 y \tag{2.31}$$

Dan

$$\psi_1(y) = a_1 y e^{-y^2/2} \tag{2.32}$$

Untuk n = 2 maka akan diperoleh semua $a_{ganjil}$ = 0 dan

$$h_2(y) = a_0 + a_2 y^2 \tag{2.33}$$

Untuk n = 2 formula perulangannya persamaan (2.28) dapat dituliskan dalam bentuk

$$a_{m+2}^{(2)} = \frac{2(m-2)}{(m+2)(m+1)}a_m \tag{2.34}$$

Diberikan

$$a_2^{(2)} = -2a_0 \tag{2.35}$$

Dengan cara yang sama maka akan diperoleh

$$h_2(y) = a_0(1-2y^2) \tag{2.36}$$

Dan

$$\psi_2(y) = a_0(1-2y^2)e^{-y^2/2} \tag{2.37}$$

Untuk n = 3 maka $a_{genap}$ = 0 dan

$$h_3(y) = a_1 y + a_3 y^3 \tag{2.38}$$

Dengan

$$a_{m+2}^{(3)} = \frac{2(m-3)}{(m+2)(m+1)} a_m \tag{2.39}$$

Diberikan

$$a_3^{(3)} = \frac{-2}{3} a_1 \tag{2.40}$$

Sehingga

$$h_3(y) = a_1(y - \frac{2}{3} y^3) \tag{2.41}$$

Untuk n = 4 kita akan memiliki $a_{genap}$ = 0 dan

$$h_4(y) = a_0 + a_2 y^2 + a_4 y^4 \tag{2.42}$$

Dengan

$$a_{m+2}^{(4)} = \frac{2(m-4)}{(m+2)(m+1)} a_m \tag{2.43}$$

Memberikan

$$a_4^{(4)} = -4a_0 \tag{2.44}$$

$$a_4^{(4)} = -\frac{1}{3} a_2 = \frac{4}{3} a_0 \tag{2.45}$$

Untuk n = 4 maka akan diperoleh $a_2 = -4a_0$, untuk n = 2 maka diperoleh $a_2 = -2a_0$ sehingga

$$h_4(y) = a_0(1 - 4y^2 + \frac{4}{3} y^4) \tag{2.46}$$

Dan

$$\psi_4(y) = a_0(1 - 4y^2 + \frac{4}{3} y^4) e^{-y^2/2} \tag{2.47}$$

Fungsi $h_n(y)$ berhubungan dengan *polinom hermitte* yang terkenal $H_n(y)$ dimana dapat di definisikan sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
&H_0(y) = 1 \\
&H_1(y) = 2y \\
&H_2(y) = 4y^2 - 2 \\
&H_3(y) = 8y^3 - 12y \\
&H_4(y) = 16y^4 - 48y^2 + 12
\end{aligned} \tag{2.48}
$$

Hubungan $h_n(y)$ dengan $H_n(y)$ dapat dinyatakan dalam bentuk

$$
\begin{aligned}
&h_0(y) = a_0(1) = a_0 H_0(y) \\
&h_1(y) = \frac{a_1}{2}(2y) = \frac{a_1}{2} H_1(y) \\
&h_2(y) = -\frac{a_0}{2}(4y^2 - 2) = -\frac{a_0}{2} H_2(y) \\
&h_3(y) = -\frac{a_1}{12}(8y^3 - 12y) = -\frac{a_1}{12} H_3(y) \\
&h_0(y) = \frac{a_0}{12}(16y^4 - 48y^2 + 12) = \frac{a_0}{12} H_4(y)
\end{aligned} \tag{2.49}
$$

*Polinomial Hermitte* dapat dituliskan dalam bentuk hubungan differensial seperti berikut

$$z'' - 2yz' + 2nz = 0 \tag{2.50}$$

Untuk n = 0,1,2,3 dan $z' \equiv \dfrac{dz(y)}{dy}$ dengan solusi

$$z(y) \equiv H_n(y) \tag{2.51}$$

Diketahui persamaan $h'' - 2yh' + (\varepsilon - 1)h = 0$ dengan $\varepsilon = 2n + 1$ akan menjadi $h'' - 2yh' + 2nh = 0$ dimana merupakan persamaan diferensial. Oleh sebab itu *Polinomial Hermitte* dapat dituliskan dalam bentuk

$$H_n'' - 2yH_n' + 2nH_n = 0 \tag{2.52}$$

Persamaan (2.52) dapat disederhanakan dengan subtitusi nilai persamaan (2.48) maka *Polinomial Hermitte* dapat ditulis dalam bentuk perulangan.

$$H_{n+1} = 2yH_n - 2nH_{n-1} \tag{2.53}$$

$$H_n' = 2nH_{n-1} \tag{2.54}$$

*Polinomial Hermitte* juga bisa di dapat dari *Rodrigue Formula*

$$H_n(y) = (-1)^n e^{y^2} \frac{d^n}{dy^n}(e^{-y^2}) \tag{2.55}$$

$$e^{2ty-t^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} H_n(y) t^n \tag{2.56}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} H_m(y) H_n(y) dy = 0 \text{ for } m \neq n \tag{2.57}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} H_n(y)^2 dy = 2^n n! \sqrt{\pi} \tag{2.58}$$

Fungsi gelombang dapat dituliskan dalam $\psi_n(y) = h_n(y) e^{-y^2/2}$ . Nilai h(y) berbeda bergantung pada harga n dan faktor normalisasi. Fungsi gelombangnya dapat dituliskan dalam bentuk

$$\psi_n(y) = C_n h_n(y) e^{-y^2/2} \tag{2.59}$$

Dimana $C_n$ adalah normalisasi dengan menggunakan normalisasi yang berbeda $A_n$ dapat dituliskan dengan $H_n$ dalam *Polinomial Hermitte.*

$$\psi_n(y) = A_n H_n(y) e^{-y^2/2} \tag{2.60}$$

Normalisasi memberikan

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_n^*(x) \psi_n(x) dx = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_n^*(y) \psi_n(y) dx$$

$$I = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} A_n^2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} H_n(y)^2 dx$$

$$I = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} A_n^2 2^n n! \sqrt{\pi} \tag{2.61}$$

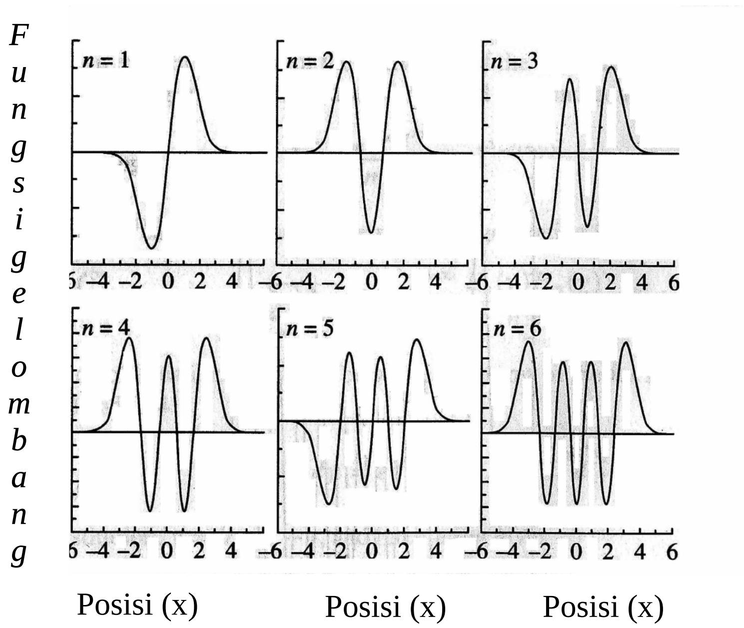
Dengan menggunakan hubungan $y = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x$ dan $dx = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} dy$ dan persamaaan (2.58) ini akan memberikan $A_n = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}}$ sehingga fungsi gelombang osilator harmonik dapat dituliskan dalam bentuk: (Norbury, 2000)

$$\psi_n = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} H_n(y) e^{\frac{-y^2}{2}} \tag{2.62}$$

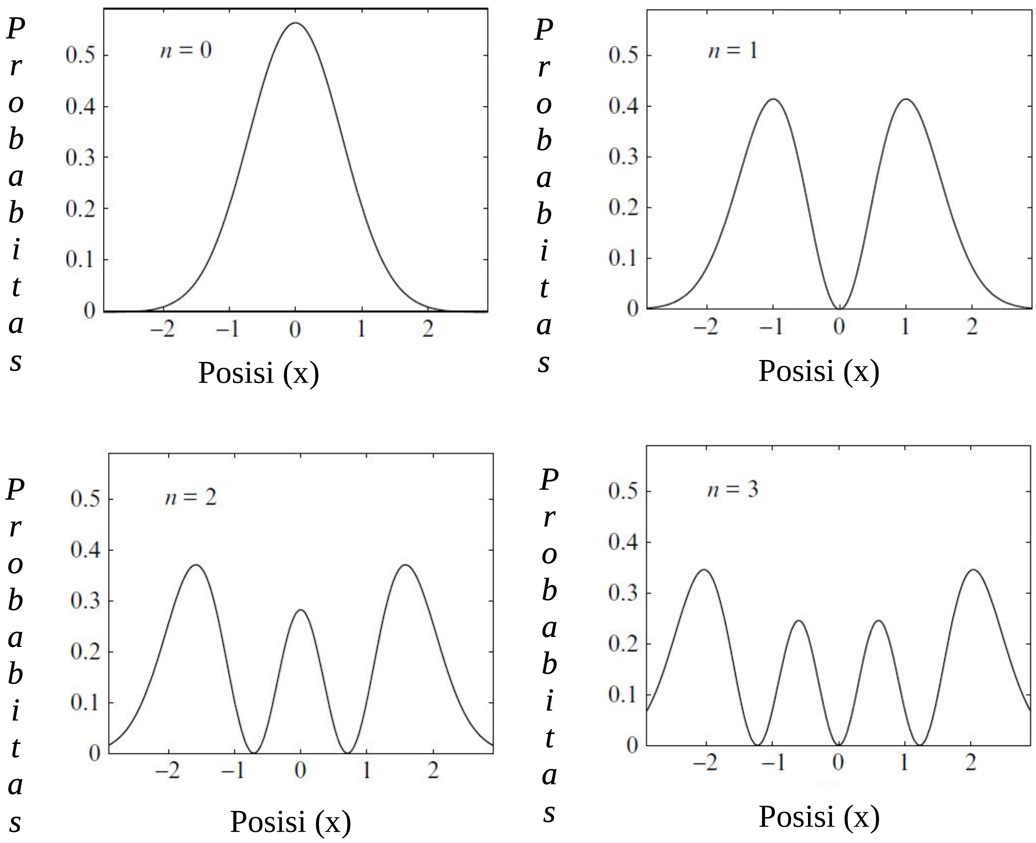
Tabel 2.1. Keenam elemen polinomial hermitte dan energi (hyperphysics.phy-astr.gsu.edu, 2009).

| n | $H_n$ (y) | $E_n$ |
|---|---|---|
| 0 | 1 | $\frac{1}{2}\hbar\omega$ |
| 1 | 2y | $\frac{3}{2}\hbar\omega$ |
| 2 | $4y^2-2$ | $\frac{5}{2}\hbar\omega$ |
| 3 | $8y^3-12y$ | $\frac{7}{2}\hbar\omega$ |
| 4 | $16y^4-48y^2+12$ | $\frac{9}{2}\hbar\omega$ |
| 5 | $32y^5-160y^3+120y$ | $\frac{11}{2}\hbar\omega$ |

Fungsi gelombang yang bersesuaian dengan keenam tingkat energi yang pertama dari sebuah osilator harmonik. Dalam masing masing kasus daerah yang berosilasi secara klasik dengan energi total $E_n$ akan terbatas seperti ditunjukkan, jelaslah bahwa partikel itu dapat menerobos ke daerah terlarang secara klasik dengan perkataan lain, melebihi Amplitudo ($A$) yang ditentukan oleh energinya dengan peluang yang menurun secara eksponensial, sama seperti situasi sebuah partikel dalam kotak dengan dinding tegar (Beiser, 1992).




Gambar 2.3. Fungsi gelombang dengan berbagai variasi y (Iyengar, 2008)




Gambar 2.4. Probabilitas 4 keadaan dasar osilator harmonik (Philips, 2003)

## II.3 Operator Osilasi Harmonik

Persamaan differensial schrödinger dapat diselesaikan dengan pendekatan yang berbeda. Aplikasi dari metode ini sering digunakan dalam teori medan kuantum.

Persamaan schrödinger untuk osilator harmonik

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{1}{2}m\omega^2x^2\psi=E\psi \qquad (2.63)$$

Persamaan schrödinger didefinisikan dalam operator Hamiltonian

$$\overline{H}\psi=E\psi \qquad (2.64)$$

$$\overline{H}=\frac{p^2}{2m}+\frac{1}{2}m\omega^2x^2 \qquad (2.65)$$

Persamaan schrödinger bagian kiri (hamiltonian dari osilator harmonik) dapat difaktorkan menjadi 2 faktor yang masing masing adalah persamaan diferensial orde 1 yang terdapat pada persamaan (2.66)

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{\sqrt{2m\hbar\omega}}(m\omega x+ip) \\ a' &= \frac{1}{\sqrt{2m\hbar\omega}}(m\omega x-ip) \end{aligned} \qquad (2.66)$$

$$a'=a^* \qquad (2.67)$$

Persamaan (2.67) sering dikenal sebagai *hermitian konjugate* dari a. *Hermitian Konjugate* dalam bentuk matrix adalah *kompleks konjugate* dari transpose matrix

$$A'=\widehat{A}^* \qquad (2.68)$$

$\widehat{A}^*$ adalah transpose dari A

$$\begin{aligned} A &\equiv \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \\ \widehat{A} &\equiv \begin{pmatrix} A_{21} & A_{22} \\ A_{11} & A_{12} \end{pmatrix} \\ A' &\equiv \begin{pmatrix} A^*_{21} & A^*_{22} \\ A^*_{11} & A^*_{12} \end{pmatrix} \end{aligned} \qquad (2.69)$$

Matrix pada persamaan (2.69) disebut Hermitian jika

$$A^{'} = A \tag{2.70}$$

Operator pada persamaan (2.66) dapat dibalik sehingga memberikan persamaan

$$x = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}(a + a^{'}) \tag{2.71}$$

Dan

$$p = i\sqrt{\frac{m\hbar\omega}{2}}(a^{'} - a) \tag{2.72}$$

Operator a dan $a^{'}$ tidak komutatif dengan menggunakan $[x, p] = i\hbar$, ini membuktikan bahwa

$$[a, a^{'}] = 1 \tag{2.73}$$

Berdasarkan definisi operator pada persamaan (2.66) maka dapat ditunjukkan hamiltonian dalam operator seperti pada persamaan (2.74)

$$\begin{aligned} H &= \hbar\omega(aa^{'} + \frac{1}{2}) \\ H &= \hbar\omega(a^{'}a - \frac{1}{2}) \end{aligned} \tag{2.74}$$

Dengan menggunakan sifat sifat operator maka dapat ditunjukkan fungsi gelombang terendah dan tereksitasi

$$\begin{aligned} a^{'}\psi_0 &= \psi_1 \\ a\psi_0 &= 0 \end{aligned} \tag{2.75}$$

Hamiltonian pada persamaan (2.74) dapat digunakan untuk menentukan tingkat tingkat energi tereksitasi yang ditunjukkan oleh persamaan (2.76)

$$H\left(a^{'}\psi_n\right) = \left(E_n + \hbar\omega\right)a^{'}\psi_n \tag{2.76}$$

Berdasarkan persamaan (2.76) dengan memasukkan nilai n = 0 maka akan diperoleh hubungan

$$H\psi_0 = E_0\psi_0 \tag{2.77}$$

Dengan menggunakan subtitusi persamaan (2.74) ke dalam persamaan (2.77) maka akan diperoleh

$$E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega \qquad (2.78)$$

Berdasarkan persamaan (2.76) dengan subtitusi berbagai nilai n maka akan diperoleh persamaan (2.79)

$$E_n = (n + \tfrac{1}{2})\hbar\omega \qquad n = 0,1,2,3,.. \qquad (2.79)$$

Persamaan (2.75) dapat digunakan untuk memperoleh $\psi_0$ dan $\psi_1$ begitu seterusnya sehingga akan diperoleh nilai $\psi_2$ sampai $\psi_n$. Persamaan (2.66) dioperasikan pada fungsi gelombang bertingkat akan diperoleh persamaan (2.80)

$$\psi_n = \frac{A_n}{A_0} a'^n \psi_0 \qquad (2.80)$$

Dimana

$$\frac{A_n}{A_0} = \frac{1}{\sqrt{n!}}$$

$$\psi_0 = A_0 e^{\frac{-y^2}{2}}$$

Dengan menggunakan hubungan $a\psi_0 = 0$ maka

$$a\psi_0 = \frac{1}{\sqrt{2m\hbar\omega}}(m\omega x + ip) = 0 \qquad (2.81)$$

Diketahui $p = -i\hbar\frac{d}{dx}$

$$\frac{d\psi_0}{dx} = -\frac{m\omega}{\hbar} x\psi_0 \qquad (2.82)$$

Ini adalah persamaan turunan orde satu yang memiliki solusi

$$\psi_0 = A_0 e^{\frac{-m\omega}{\hbar}x^2}$$

$$\psi_0 = A_0 e^{\frac{-y^2}{2}} = A_0 H_0(y) e^{\frac{-y^2}{2}} \qquad (2.83)$$

Dengan $y = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x$, sekarang dapat ditentukan nilai $\psi_n$

$$\psi_n = \frac{A_n}{A_0} a'^n \psi_0 = A_n\left[\frac{1}{\sqrt{2m\omega\hbar}}\left(m\omega x - \hbar\frac{d}{dx}\right)\right]^n e^{\frac{-m\omega}{2\hbar}x^2} \qquad (2.84)$$

Operator $a^{'}$ dapat dituliskan dalam bentuk lebih sederhana dengan menggunakan $y = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x$ sehingga diperoleh persamaan (2.85)

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}}(y + \frac{d}{dy})$$

$$a^{'} = \frac{1}{\sqrt{2}}(y - \frac{d}{dy}) \qquad (2.85)$$

Sehingga dengan menggunakan dua persamaan (2.85) subtitusi ke (2.84) maka dapat dibuktikan (Bruskiewich, 2007).

$$\psi_n = \frac{A_n}{A_0} a^{'n} \psi_0 = A_n \frac{1}{\sqrt{2^n}}(y - \frac{d}{dy})^n e^{\frac{y^2}{2}} \qquad (2.86)$$

Fungsi gelombang pada persamaan (2.62) dan (2.86) akan dibuat dengan menggunakan bahasa pemrograman Delphi 7.0 dibantu dengan Maple 9.5.

# BAB III

# METODE PENELITIAN

## III.1. Lokasi dan Waktu Penelitian

Waktu penelitian selama 4 bulan dari bulan Februari sampai Mei 2009 dan penelitian dilakukan di Laboratorium Komputasi Universitas Sebelas Maret.

## III.2. Alat dan Bahan Penelitian

### III.2.1 Alat Penelitian

Notebook intel pentium dual core 1,46 GHz ,512 DDR2, software Delphi 7.0, software Maple 9.5

### III.2.2 Bahan Penelitian

Persamaan yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$\psi_n = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} H_n(y) e^{\frac{-y^2}{2}} \tag{3.1}$$

$$|\psi_n|^2 = \left(\left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} H_n(y) e^{\frac{-y^2}{2}}\right)^2 \tag{3.2}$$

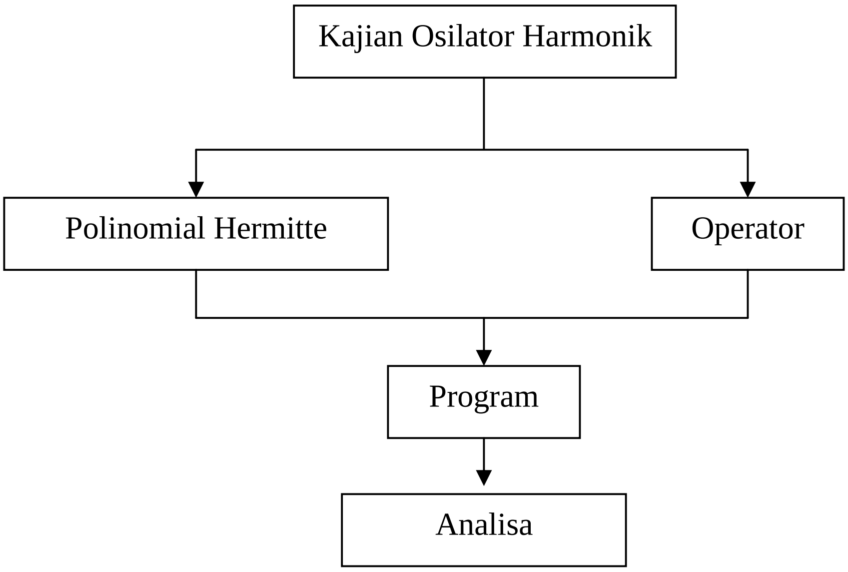
$$\left(y - \frac{d}{dy}\right)^n e^{\frac{-y^2}{2}} \tag{3.3}$$

$$\psi_n = \frac{A_n}{A_0} a'^n \psi_0 \tag{3.4}$$

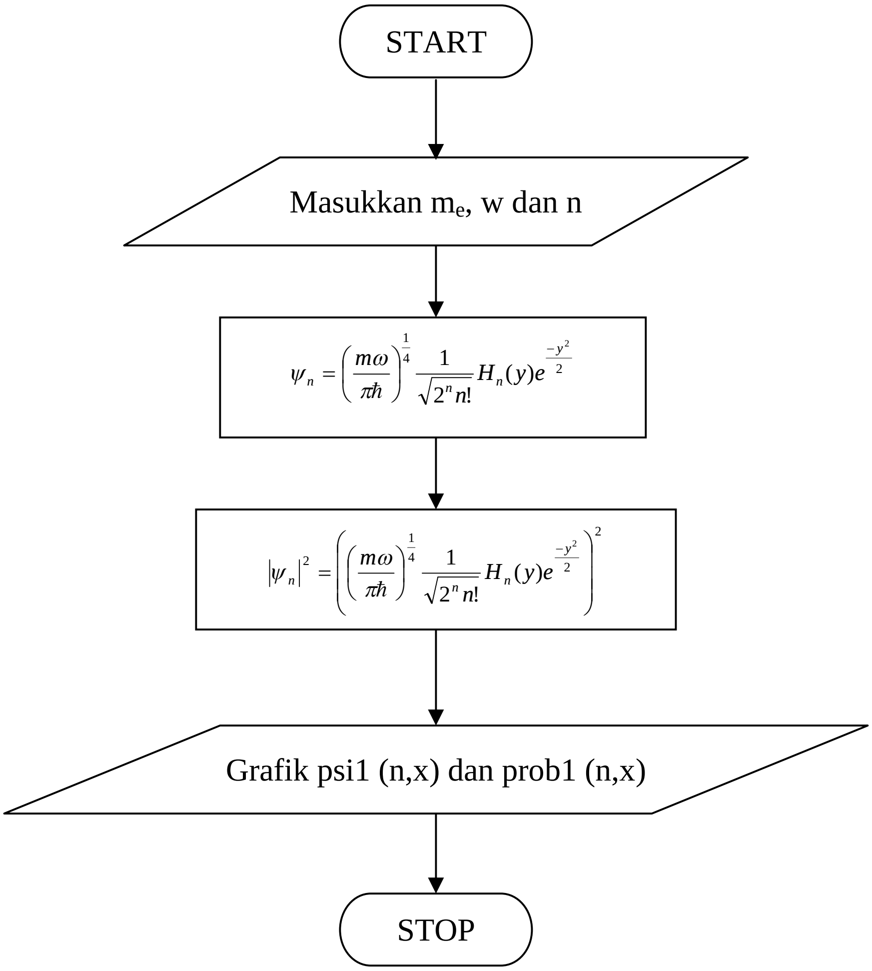
$$|\psi_n|^2 = \left(\frac{A_n}{A_0} a'^n \psi_0\right)^2 \tag{3.5}$$

### III.3. Prosedur Penelitian

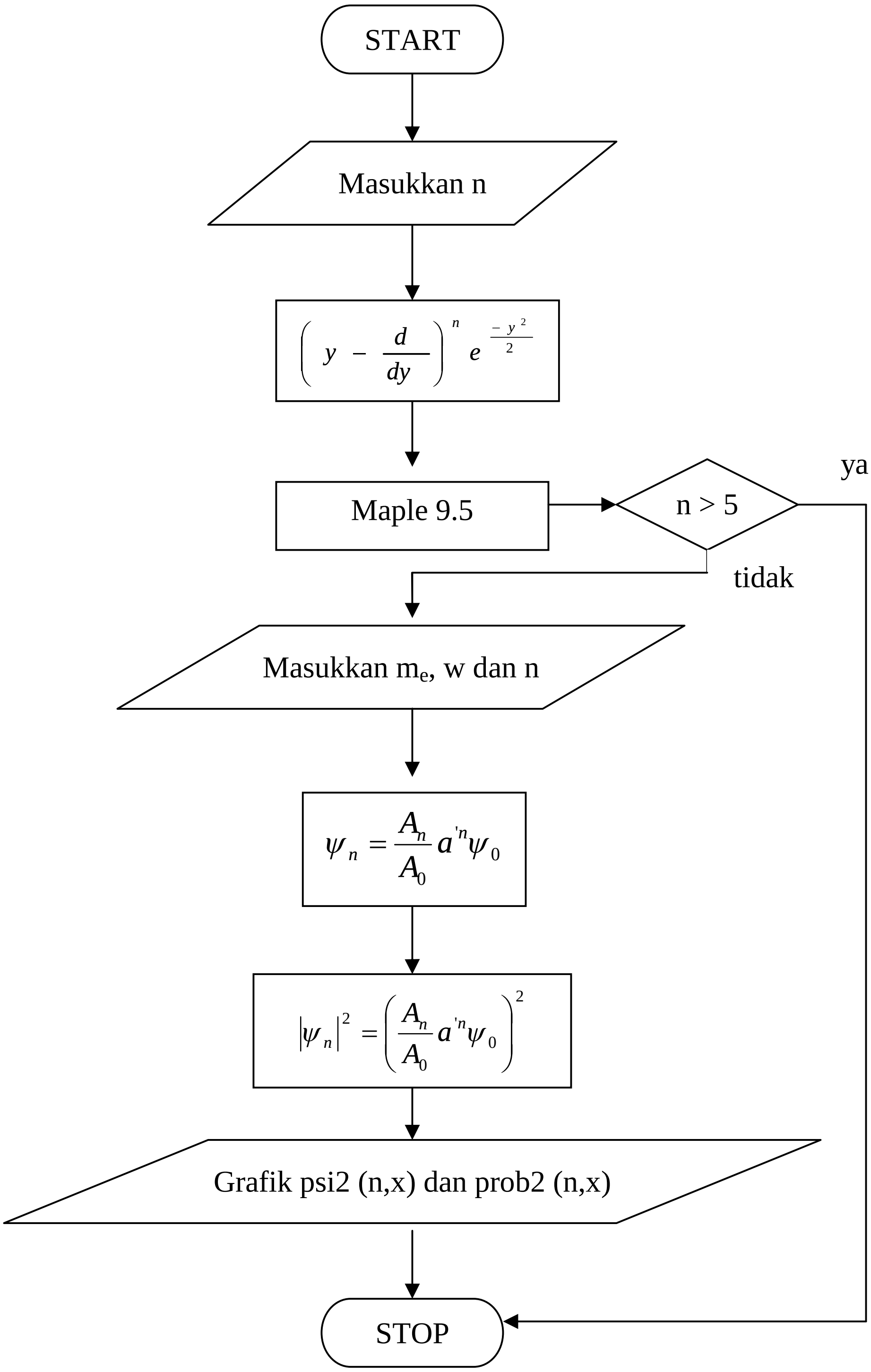
#### III.3. 1 Diagram Penelitian



### III.3. 2 Flowchart Pemrograman Dengan Polinomial Hermitte



### III.3. 3  Flowchart Pemrograman Dengan Operator



# BAB IV
# HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

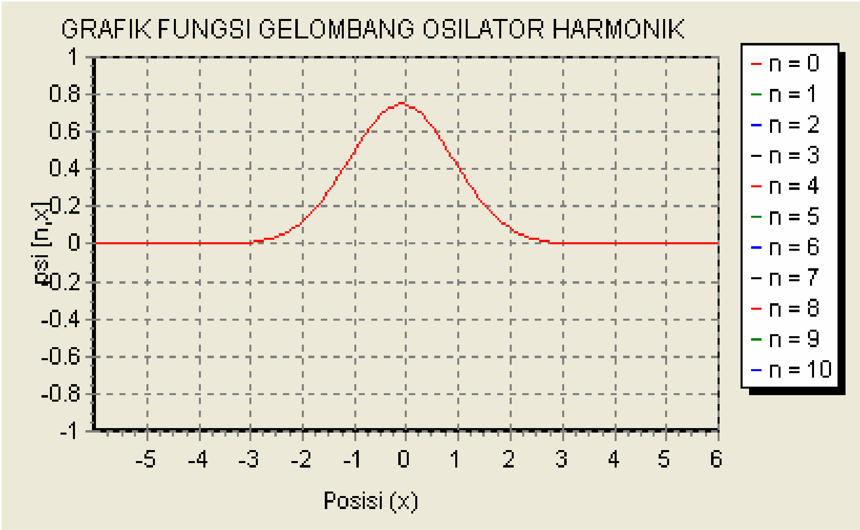
## IV.1. Mekanika Kuantum Dan Osilator Harmonik

Mekanika kuantum adalah penting untuk menguraikan gejala alam dalam skala atom, akan tetapi hukum Newton hanya berlaku untuk sistem makro (contoh baseball). Osilator harmonik merupakan salah satu pokok bahasan dalam mekanika kuantum. Osilator harmonik berfungsi untuk mendiskripsikan subjek yang berupa partikel atomik dalam sumber energi potensial, $U(x) = {m\omega^2 x}/{2}$. Partikel dibatasi oleh bidang energi potensial pada jarak tertentu. Dalam skala makro osilator harmonik dapat diilustrasikan seperti sistem pegas bermassa dimana solusinya sudah tersedia pada persamaan (2.3).

Dalam skala nano sistem dapat digunakan untuk mendiskripsikan interaksi ikatan diantara atom dalam molekul dengan mengasumsikan bahwa gaya potensial dalam ikatan adalah linear dengan jarak. Dinamika ikatan molekul dapat menjelaskan emisi elektromagnetik dan kemampuan serap dari berbagai molekul. Solusi dari sistem berguna untuk aplikasi distribusi probabilitas atau probabilitas fungsi gelombang dalam model mekanik.

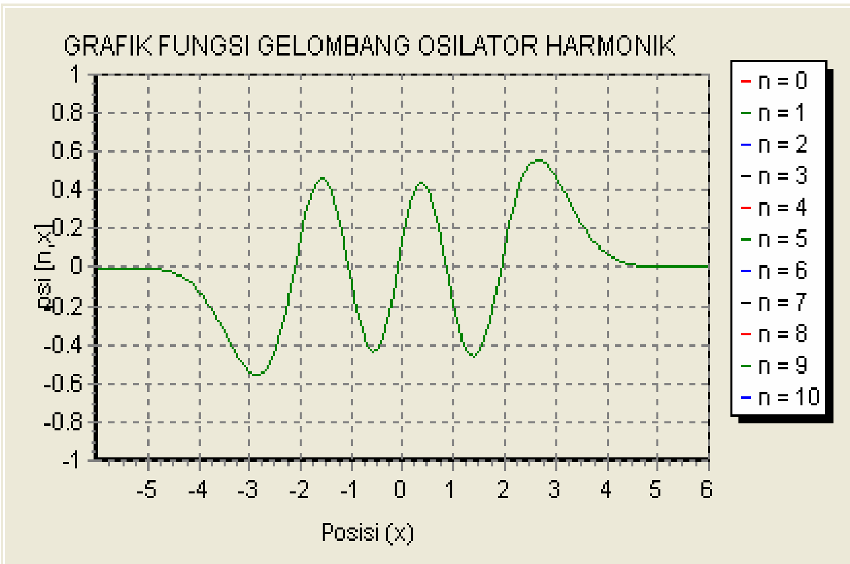
## IV.2. Fungsi Gelombang Osilator Harmonik

Fungsi gelombang osilator harmonik dalam pemrograman ini dicari dengan dua cara yaitu fungsi operator dan *polinomial hermitte*. Pemahaman terhadap teori penting untuk dapat memperoleh persamaan yang akan dikomputasikan. Fungsi gelombang untuk n = 0 membentuk lonceng atau sering disebut sebagai Gaussian. Output program harus bersesuaian dengan perhitungan teoritik.



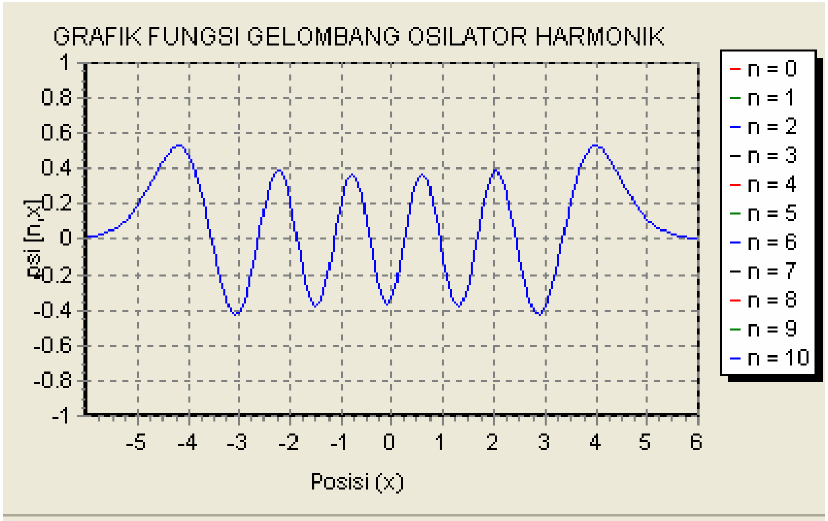

Gambar 4.1. Fungsi Gelombang Osilator Harmonik (n = 0)

Fungsi Gelombang untuk keadaan n = 0 pada gambar 4.1 menunjukkan bahwa hasil yang diperoleh dengan menggunakan ***polinomial hermitte*** dan fungsi operator adalah sama. Secara fisis fungsi gelombang tersebut memiliki arti pada keadaan *ground state* ( n = 0) maka energi yang dimiliki oleh partikel yang berada pada sumur potensial dapat direpresentasikan oleh fungsi gelombang yang ternormalisasi. Semakin besar nilai x maka nilai dari fungsi gelombang pada keadaan *ground state* semakin mendekati nilai nol.




Gambar 4.2. Fungsi Gelombang Osilator Harmonik (n = 5)

Fungsi gelombang untuk keadaan n = 5 menunjukkan bahwa hasil yang diperoleh dengan menggunakan deret dan fungsi operator adalah sama.

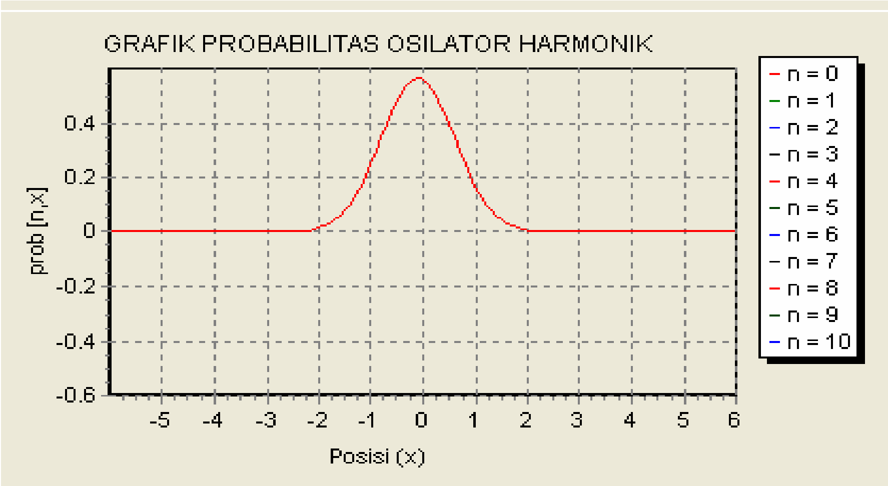



Gambar 4.3. Fungsi Gelombang Osilator Harmonik (n = 10)

Pada gambar 4.3 terlihat bahwa fungsi gelombang pada keadaan n = 10 memiliki lebih banyak puncak dibandingkan dengan n = 5 . Berdasarkan data tersebut maka semakin banyak n maka puncak yang dihasilkan semakin banyak.

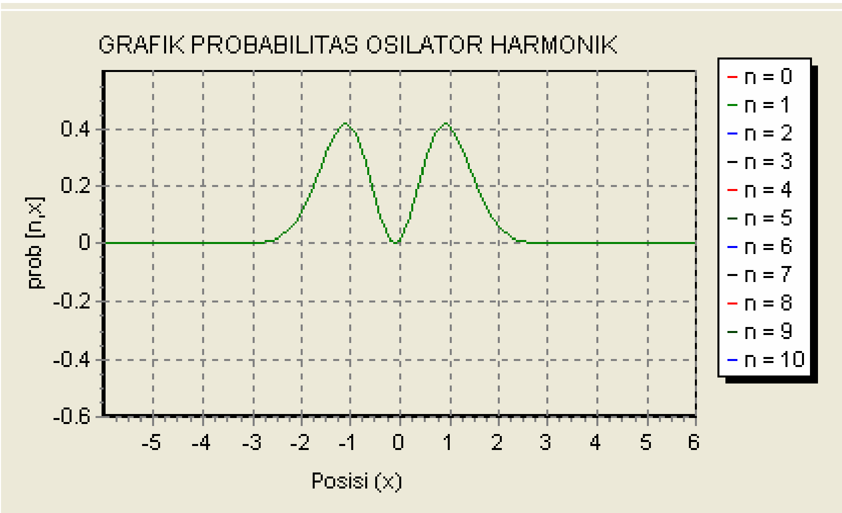
## IV.3. Probabilitas Fungsi Gelombang Osilator Harmonik

Probabilitas merupakan representasi dari kuadrat fungsi gelombang yang menunjukkkan peluang terdapatnya suatu partikel dalam suatu daerah atau kawasan tertentu (sumur potensial 1 dimensi). Probabilitas akan menyangkut peluang dimana syarat probabiltas ada beberapa macam diantaranya bernilai tunggal, fungsi gelombangnya ternormalisasi.




Gambar 4.4. Probabilitas Osilator Harmonik (n = 0 )

Probabilitas fungsi gelombang untuk n = 0 pada gambar 4.4 menunjukkan bentuk yang sama antara fungsi operator dan *polinomial hermitte*. Berdasarkan grafik yang ada probabilitas fungsi gelombang bentuk lebih lancip dengan nilai probabilitas yang lebih kecil dibandingkan fungsi gelombang yang dihasilkan.




Gambar 4.5. Probabilitas Osilator Harmonik (n = 1)

Gambar 4.5 menunjukkan kerapatan peluang partikel secara kuantum apabila T (periode) maka secara klasik kerapatan peluang $(\omega_{cl})$ akan diperoleh hubungan

$$\omega_{cl}(x)dx = \frac{dt}{T/2} = \frac{2\omega}{2\pi}dt = \frac{\omega}{\pi}\frac{dx}{dx/dt} \qquad (4.1)$$

Partikel yang berosilasi harmonik secara klasik memiliki persamaan

$$x = a\sin\omega t$$

$$\frac{dx}{dt} = a\omega\cos\omega t = \omega a\sqrt{1-(x/a)^2} \qquad (4.2)$$

Persamaan (4.2) subtitusi ke (4.1) akan diperoleh (4.3)

$$\omega_{cl}(x)dx = \frac{1}{\pi a}\frac{1}{\sqrt{1-(x/a)^2}}dx \qquad (4.3)$$

Amplitudo (a) akan diperoleh dari energi $E = \frac{1}{2}m\omega^2 a^2$ maka $a = \sqrt{\frac{2E}{m\omega^2}}$

Secara kuantum probabilitas dirumuskan sebagai berikut:

$$\omega_{qu}(x)dx = |\psi_n|^2 dx \qquad (4.4)$$

Untuk n =1 maka secara matematis akan diperoleh persamaan

$$\omega_{qu}(x)dx = |\psi_1|^2 dx = 2\left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{m\omega}{\hbar}x^2\right)e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2}dx \qquad (4.5)$$

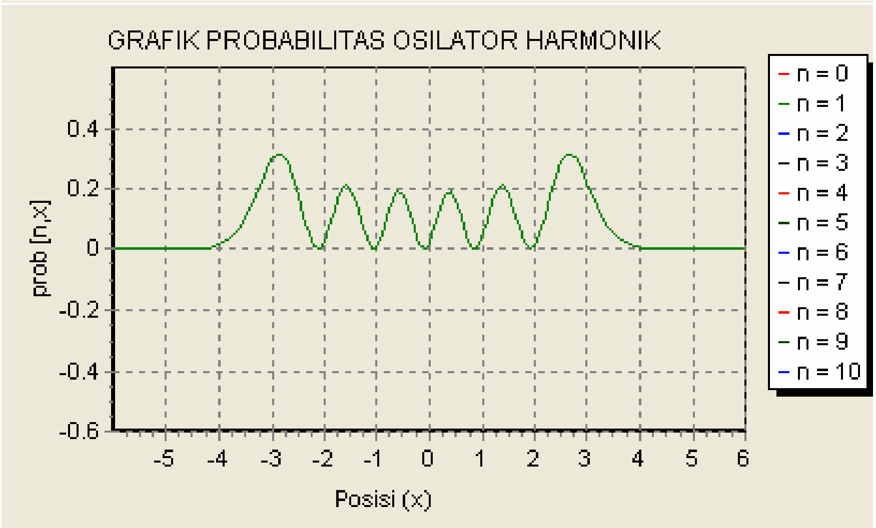
Berdasarkan persamaan (4.5) maka dapat ditunjukkan secara kuantum bahwa nilai $\omega_{qu}(x)$ minimum jika x = 0 dan maksimum pada

$$x_{\max qu} = \pm\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} \qquad (4.6)$$

Maka secara klasik , dengan $E = \frac{3}{2}\hbar\omega$

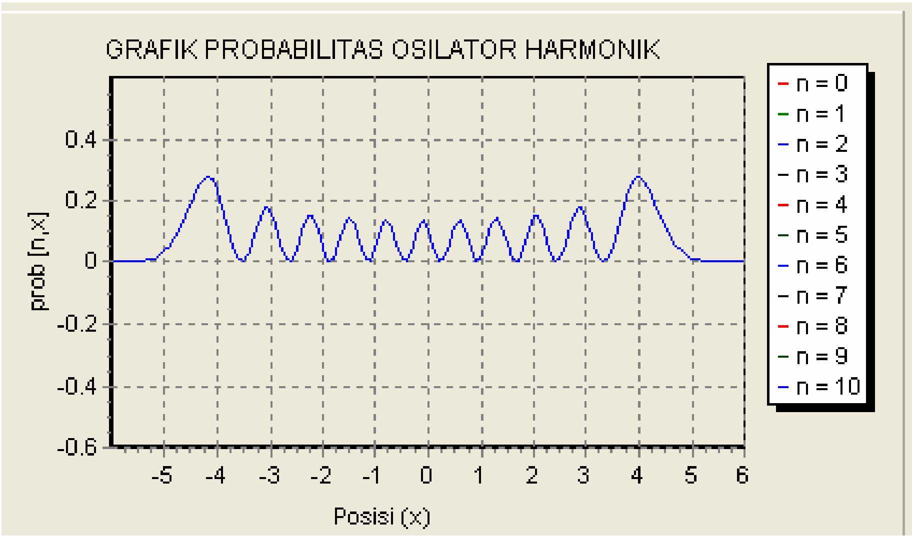
$$x_{\max cl} = \pm a = \pm\sqrt{\frac{2E}{m\omega^2}} = \pm\sqrt{\frac{3\hbar}{m\omega}} \qquad (4.7)$$

Nilai x pada persamaan (4.6) dan (4.7) menunjukkan secara klasik dan kuantum nilai probabilitas atau kerapatan partikel terbesar yang dapat ditemukan saat kondisi n = 1 (Greiner, 1989).




Gambar 4.6. Probabilitas Osilator Harmonik (n = 5)

Probabilitas fungsi gelombang untuk keadaan n = 5 menunjukkan bahwa hasil yang diperoleh dengan menggunakan *polinomial hermitte* dan fungsi operator adalah sama. Berdasarkan gambar 4.2 dan dibandingkan hasilnya dengan gambar 4.3 maka dapat disimpulkan fungsi gelombang yang dihasilkan adalah 2 kali lebih banyak dari semula.




Gambar 4.7. Probabilitas Osilator Harmonik (n = 10)

Gambar 4.7 menunjukkan probabilitas secara kuantum akan mendekati klasik apabila n (bilangan kuantum) besar. Probabilitas pada keadaan n = 10 memperlihatkan hasil yang menarik karena puncak yang dihasilkan adalah lebih banyak. Secara fisis ini memiliki arti bahwa ketika puncak semakin banyak maka akan memiliki korespondensi dengan panjang gelombang seperti pada persamaan yang sering dikenal sebagai panjang gelombang de Broglie. Pada persamaan tersebut panjang gelombang memiliki hubungan terbalik dengan momentum.

Panjang gelombang yang dihasilkan ketika puncak banyak adalah semakin kecil dan momentum yang dihasilkan oleh partikel adalah besar. Partikel atomik pada keadaan ini memiliki energi yang tinggi sehingga memungkinkan partikel untuk bergerak dari suatu tingkat energi ke tingkat energi yang lain apabila ada pengaruh gaya dari luar.

# BAB V
# KESIMPULAN DAN SARAN

## V.1.1. Kesimpulan

1. Osilator harmonik secara kuantum dideskripsikan dalam bentuk grafik fungsi gelombang dan fungsi probabilitas menggunakan bahasa pemrograman Delphi 7.0.
2. Grafik rapat probabilitas osilator harmonik dengan metode polinomial hermitte dan operator menunjukkan kebolehjadian suatu partikel yang berosilasi harmonik.

## V.1.2 Saran

1. Fungsi gelombang dapat digunakan untuk menentukan variabel variabel yang terkait dengan gerak partikel seperti posisi dan momentum.

# DAFTAR PUSTAKA


Akhadi, M., 2002, *Mengendarai Kuantum Menuju Komputer Fotonik*, Diakses 24 April 2009. http://www.opto.lipi.go.id/utama.cgi?cetakartikel&1025888420

Beiser, A., 1992, *Konsep Fisika Modern Edisi Keempat*, Erlangga, Jakarta.

Bruskiewich, P., 2007, *The Parity Operator For The Quantum Harmonic Oscillator*, Canadian Undergraduate Physical Journal, Vol 6

Dahmen, D., H., 1989, *Quantum Mechanics On The Personal Computer*, Physics Departement ,Siegen University.

Greiner, W., 1989, *Quantum Mechanics*, Physics Departement, Frankfurt University

Gurevich, S., 2008, *The Finite Harmonic Oscillator and Its Associated Sequences*, Proceedings Of The National Academy Of Sciences, Vol 105, 29

Iyengar, S., 2008, *Harmonic Oscillator*, Diakses 28 Januari 2009

Kittel, C., 1953, *Introduction to Solid State Physics*, John Wiley and Sons, New York

Norbury, J., 2000, *Quantum Mechanics*, Physics Department University of Wisconsin, Milwaukee, Diakses 06 Mei 2009 http://www.scribd.com/doc/7628263/Quantum -Mechanics-J-Norbury

Nuryadi, R., 2006, *Peran Teknologi Nano Di Bidang IT*, Diakses 06 Mei 2009. http://asrama-polban.org/index.php?option=com_content&task=view

Phillips, C., A., 2003, *Introduction To Quantum Mechanics*, Departement of Physics and Astronomy, University of Manchester

Mortara, S., 2009, *The Quantum Harmonic Oscillator*, Diakses 07 Mei 2009 http://www.scribd.com/doc/12345598/The-Quantum-Harmonic-Oscillator

Serway, R., A., and Jewett, J., W., 2004, *Physics For Scientists and Engineers Sixth Edition*, James Madison University

Yuana, R., A., 2005, *Pemrograman C++*, FMIPA UNS, Surakarta.

**LAMPIRAN 1**
**LISTING PROGRAM DALAM DELPHI 7.0**

```
unit U_OH;

interface

uses
  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls, Forms,
  Dialogs, Grids, StdCtrls, Menus;

type
  TForm1 = class(TForm)
    Label1: TLabel;
    Label2: TLabel;
    Label3: TLabel;
    ComboBox1: TComboBox;
    ComboBox2: TComboBox;
    ComboBox3: TComboBox;
    StringGrid1: TStringGrid;
    StringGrid2: TStringGrid;
    Label4: TLabel;
    Label5: TLabel;
    MainMenu1: TMainMenu;
    Program1: TMenuItem;
    TutupProgram1: TMenuItem;
    Perhitungan1: TMenuItem;
    GrafikFungsiGelombang1: TMenuItem;
    Hermitten01: TMenuItem;
    Hermitten11: TMenuItem;
    FungsiGelombang1: TMenuItem;
    Operator1: TMenuItem;
    GrafikFungsiGelombang2: TMenuItem;
    Operatorn01: TMenuItem;
    Operatorn11: TMenuItem;
    PolinomHermitte1: TMenuItem;
    Operator2: TMenuItem;
    PolinomHermitte2: TMenuItem;
    Operator3: TMenuItem;
    n01: TMenuItem;
    N1: TMenuItem;
    n21: TMenuItem;
    n31: TMenuItem;
    n41: TMenuItem;
    n51: TMenuItem;
    n61: TMenuItem;
    n71: TMenuItem;
```

```
n81: TMenuItem;
n91: TMenuItem;
n101: TMenuItem;
n02: TMenuItem;
n11: TMenuItem;
n22: TMenuItem;
n32: TMenuItem;
n42: TMenuItem;
n52: TMenuItem;
n03: TMenuItem;
n12: TMenuItem;
n23: TMenuItem;
n33: TMenuItem;
n43: TMenuItem;
n53: TMenuItem;
n62: TMenuItem;
n72: TMenuItem;
n82: TMenuItem;
n92: TMenuItem;
n102: TMenuItem;
n04: TMenuItem;
n13: TMenuItem;
n24: TMenuItem;
n34: TMenuItem;
n44: TMenuItem;
n54: TMenuItem;
procedure TutupProgram1Click(Sender: TObject);
procedure FormCreate(Sender: TObject);
procedure PolinomHermitte1Click(Sender: TObject);
procedure Operator2Click(Sender: TObject);
procedure PolinomHermitte2Click(Sender: TObject);
procedure Operator3Click(Sender: TObject);
procedure n01Click(Sender: TObject);
procedure N1Click(Sender: TObject);
procedure n21Click(Sender: TObject);
procedure n31Click(Sender: TObject);
procedure n41Click(Sender: TObject);
procedure n51Click(Sender: TObject);
procedure n61Click(Sender: TObject);
procedure n71Click(Sender: TObject);
procedure n81Click(Sender: TObject);
procedure n91Click(Sender: TObject);
procedure n101Click(Sender: TObject);
procedure n02Click(Sender: TObject);
procedure n11Click(Sender: TObject);
procedure n22Click(Sender: TObject);
```

```
    procedure n32Click(Sender: TObject);
    procedure n42Click(Sender: TObject);
    procedure n52Click(Sender: TObject);
    procedure n03Click(Sender: TObject);
    procedure n12Click(Sender: TObject);
    procedure n23Click(Sender: TObject);
    procedure n33Click(Sender: TObject);
    procedure n43Click(Sender: TObject);
    procedure n53Click(Sender: TObject);
    procedure n72Click(Sender: TObject);
    procedure n82Click(Sender: TObject);
    procedure n92Click(Sender: TObject);
    procedure n102Click(Sender: TObject);
    procedure n04Click(Sender: TObject);
    procedure n13Click(Sender: TObject);
    procedure n24Click(Sender: TObject);
    procedure n34Click(Sender: TObject);
    procedure n44Click(Sender: TObject);
    procedure n54Click(Sender: TObject);
    procedure n62Click(Sender: TObject);

  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
  end;

var
  Form1: TForm1;

implementation

uses U_PROB, U_GFG, U_GPROB;

{$R *.dfm}

var
  l,k,n:smallint;
  m,w,sum,a,b,c,d,e,f,x,y,An,A0:real48;
  h:array [-200..200] of real48;
  psi1,psi2,prob1,prob2:array [-200..200,-200..200] of real48;



procedure TForm1.TutupProgram1Click(Sender: TObject);
begin
```

```
application.Terminate
end;

procedure TForm1.FormCreate(Sender: TObject);
begin
stringgrid1.Cells[0,0]:='(x,psi)';
stringgrid1.Cells[1,0]:='psi[0]';
stringgrid1.Cells[2,0]:='psi[1]';
stringgrid1.Cells[3,0]:='psi[2]';
stringgrid1.Cells[4,0]:='psi[3]';
stringgrid1.Cells[5,0]:='psi[4]';
stringgrid1.Cells[6,0]:='psi[5]';
stringgrid1.Cells[7,0]:='psi[6]';
stringgrid1.Cells[8,0]:='psi[7]';
stringgrid1.Cells[9,0]:='psi[8]';
stringgrid1.Cells[10,0]:='psi[9]';
stringgrid1.Cells[11,0]:='psi[10]';
stringgrid2.Cells[0,0]:='(x,psi)';
stringgrid2.Cells[1,0]:='psi[0]';
stringgrid2.Cells[2,0]:='psi[1]';
stringgrid2.Cells[3,0]:='psi[2]';
stringgrid2.Cells[4,0]:='psi[3]';
stringgrid2.Cells[5,0]:='psi[4]';
stringgrid2.Cells[6,0]:='psi[5]';
stringgrid2.Cells[7,0]:='psi[6]';
stringgrid2.Cells[8,0]:='psi[7]';
stringgrid2.Cells[9,0]:='psi[8]';
stringgrid2.Cells[10,0]:='psi[9]';
stringgrid2.Cells[11,0]:='psi[10]';
end;

procedure TForm1.PolinomHermitte1Click(Sender: TObject);
begin
if combobox1.text=''then
   begin
   showmessage('maaf diisi dulu nilainya');
   combobox1.setfocus();
   exit;
   end;
m:=strtofloat(combobox1.Text);
w:=strtofloat(combobox2.Text);
l:=strtoint(combobox3.Text);
h[-1]:=0;
h[0]:=1;
sum:=1;
   if l<0 then
```

```
    begin
    showmessage('maaf nilai faktorial yang ada isikan  tidak tepat');
    combobox3.SetFocus();
    exit;
    end;
    x:=-6;
    repeat
     for k:= -150 to 150 do
      for n:=0 to l do
       if n=0 then
      begin
      sum:=1 ;
      h[n]:=1;
      x:=x+0.1;

psi1[n,k]:=(exp(0.25*ln(((m*w)/(pi*1)))))*(1/sqrt(exp(n*ln(2))*sum))*h[n]*(exp(-((m*w)/(2*1))*sqr(x)));
      stringgrid1.Cells[0,k+151]:= floattostr(x);
      stringgrid1.Cells[n+1,k+151]:= floattostr(psi1[n,k]);
      end
       else
      begin
      sum:=sum*n;
      h[n]:=(2*(sqrt(m*w/1))*x*h[n-1])-(2*(n-1)*h[n-2]);

psi1[n,k]:=(exp(0.25*ln(((m*w)/(pi*1)))))*(1/sqrt(exp(n*ln(2))*sum))*h[n]*(exp(-((m*w)/(2*1))*sqr(x)));
      stringgrid1.Cells[0,k+151]:= floattostr(x);
      stringgrid1.Cells[n+1,k+151]:= floattostr(psi1[n,k]);
      end;
      until x>6;
end;



procedure TForm1.Operator2Click(Sender: TObject);
begin
if combobox1.text=''then
   begin
   showmessage('maaf diisi dulu nilainya');
   combobox1.setfocus();
   exit;
   end;
m:=strtofloat(combobox1.Text);
w:=strtofloat(combobox2.Text);
l:=strtoint(combobox3.Text);
```

```
sum:=1;
    if l<0 then
     begin
     showmessage('maaf nilai faktorial yang ada isikan  tidak tepat');
     combobox3.SetFocus();
     exit;
     end;
x:=-6;
repeat
  for k:= -150 to 150 do
   for n:=0 to l do
   if n=0 then
   begin
   sum:=1;
   x:=x+0.1;
   A0:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))));
   An:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))))*(1/sqrt(sum));
   psi2[0,k]:=(An/A0)*(1/sqrt(exp(n*ln(2))))*A0*exp(-((m*w)/(2*1))*sqr(x));
   stringgrid2.Cells[0,k+151]:=floattostr(x);
   stringgrid2.Cells[1,k+151]:=floattostr(psi2[0,k]);
   end
   else
   if n=1 then
   begin
   sum:=sum*n;
   A0:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))));
   An:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))))*(1/sqrt(sum));
   a:=exp(-((m*w)/(2*1))*sqr(x));
   y:=sqrt((m*w)/1)*(x);
   psi2[1,k]:=(An/A0)*(1/sqrt(exp(n*ln(2))))*A0*(2*y*a);
   stringgrid2.Cells[0,k+151]:=floattostr(x);
   stringgrid2.Cells[2,k+151]:=floattostr(psi2[1,k]);
   end
   else
   if n=2 then
   begin
   sum:=sum*n;
   A0:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))));
   An:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))))*(1/sqrt(sum));
   a:=exp(-((m*w)/(2*1))*sqr(x));
   y:=sqrt((m*w)/1)*(x);
   psi2[2,k]:=(An/A0)*(1/sqrt(exp(n*ln(2))))*A0*((4*sqr(y)*a)-(2*a));
   stringgrid2.Cells[0,k+151]:=floattostr(x);
   stringgrid2.Cells[3,k+151]:=floattostr(psi2[2,k]);
   end
   else
```

```
  if n=3 then
  begin
  sum:=sum*n;
  A0:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))));
  An:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))))*(1/sqrt(sum));
  a:=exp(-((m*w)/(2*1))*sqr(x));
  y:=sqrt((m*w)/1)*(x);
  psi2[3,k]:=(An/A0)*(1/sqrt(exp(n*ln(2))))*A0*((y*((4*sqr(y)*a)-(2*a)))-
(10*y*a)+(4*sqr(y)*y*a));
  stringgrid2.Cells[0,k+151]:=floattostr(x);
  stringgrid2.Cells[4,k+151]:=floattostr(psi2[3,k]);
  end
  else
  if n=4 then
  begin
  sum:=sum*n;
  A0:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))));
  An:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))))*(1/sqrt(sum));
  a:=exp(-((m*w)/(2*1))*sqr(x));
  y:=sqrt((m*w)/1)*(x);
  b:=(10*y*a)-(4*sqr(y)*y*a);
  c:=((y*((4*sqr(y)*a)-(2*a)))-(10*y*a)+(4*sqr(y)*y*a));
  psi2[4,k]:=(An/A0)*(1/sqrt(exp(n*ln(2))))*A0*((y*c)-(26*sqr(y)*a)+(12*a)-
(y*b)+(4*sqr(y)*sqr(y)*a));
  stringgrid2.Cells[0,k+151]:=floattostr(x);
  stringgrid2.Cells[5,k+151]:=floattostr(psi2[4,k]);
  end
  else
  if n=5 then
  begin
  sum:=sum*n;
  A0:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))));
  An:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))))*(1/sqrt(sum));
  a:=exp(-((m*w)/(2*1))*sqr(x));
  y:=sqrt((m*w)/1)*(x);
  b:=(10*y*a)-(4*sqr(y)*y*a);
  c:=((y*((4*sqr(y)*a)-(2*a)))-(10*y*a)+(4*sqr(y)*y*a));
  d:=((4*sqr(y)*a)-(2*a));
  e:=((y*c)-(26*sqr(y)*a)+(12*a)-(y*b)+(4*sqr(y)*sqr(y)*a));
  f:=(-y*((26*sqr(y)*a)-(12*a)+(y*b)-(4*sqr(y)*sqr(y)*a)))+(y*((10*a)-
(22*sqr(y)*a)+(4*sqr(y)*sqr(y)*a)))+(4*sqr(y)*sqr(y)*y*a);
  psi2[5,k]:=(An/A0)*(1/sqrt(exp(n*ln(2))))*A0*((y*e)-(y*d)+(84*y*a)-
(50*sqr(y)*(y)*a)+(f));
  stringgrid2.Cells[0,k+151]:=floattostr(x);
  stringgrid2.Cells[6,k+151]:=floattostr(psi2[5,k]);
  end;
```

```
until x>6;
end;

procedure TForm1.PolinomHermitte2Click(Sender: TObject);
begin
Form2:=TForm2.Create(self);
Form2.Show;
if combobox1.text=''then
   begin
   showmessage('maaf diisi dulu nilainya');
   combobox1.setfocus();
   exit;
   end;
m:=strtofloat(combobox1.Text);
w:=strtofloat(combobox2.Text);
l:=strtoint(combobox3.Text);
h[-1]:=0;
h[0]:=1;
sum:=1;
   if l<0 then
    begin
    showmessage('maaf nilai faktorial yang ada isikan  tidak tepat');
    combobox3.SetFocus();
    exit;
    end;
    x:=-6;
    repeat
     for k:= -150 to 150 do
      for n:=0 to l do
       if n=0 then
      begin
      sum:=1 ;
      h[n]:=1;
      x:=x+0.1;

psi1[n,k]:=(exp(0.25*ln(((m*w)/(pi*1)))))*(1/sqrt(exp(n*ln(2))*sum))*h[n]*(e
xp(-((m*w)/(2*1))*sqr(x)));
      prob1[n,k]:=sqr(psi1[n,k]);
      form2.stringgrid1.Cells[0,k+151]:= floattostr(x);
      form2.stringgrid1.Cells[n+1,k+151]:= floattostr(prob1[n,k]);
      end
       else
      begin
      sum:=sum*n;
      h[n]:=(2*(sqrt(m*w/1))*x*h[n-1])-(2*(n-1)*h[n-2]);
```

```
psi1[n,k]:=(exp(0.25*ln(((m*w)/(pi*1)))))*(1/sqrt(exp(n*ln(2))*sum))*h[n]*(e
xp(-((m*w)/(2*1))*sqr(x)));
       prob1[n,k]:=sqr(psi1[n,k]);
       form2.stringgrid1.Cells[0,k+151]:= floattostr(x);
       form2.stringgrid1.Cells[n+1,k+151]:= floattostr(prob1[n,k]);
       end;
       until x>6;
end;

procedure TForm1.Operator3Click(Sender: TObject);
begin
Form2:=TForm2.Create(self);
Form2.Show;
if combobox1.text=''then
    begin
    showmessage('maaf diisi dulu nilainya');
    combobox1.setfocus();
    exit;
    end;
m:=strtofloat(combobox1.Text);
w:=strtofloat(combobox2.Text);
l:=strtoint(combobox3.Text);
sum:=1;
    if l<0 then
     begin
     showmessage('maaf nilai faktorial yang ada isikan  tidak tepat');
     combobox3.SetFocus();
     exit;
     end;
x:=-6;
repeat
  for k:= -150 to 150 do
   for n:=0 to l do
   if n=0 then
   begin
   sum:=1;
   x:=x+0.1;
   A0:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))));
   An:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))))*(1/sqrt(sum));
   psi2[0,k]:=(An/A0)*(1/sqrt(exp(n*ln(2))))*A0*exp(-((m*w)/(2*1))*sqr(x));
   prob2[0,k]:=sqr(psi2[0,k]);
   form2.stringgrid2.Cells[0,k+151]:=floattostr(x);
   form2.stringgrid2.Cells[1,k+151]:=floattostr(prob2[0,k]);
   end
   else
```

```
if n=1 then
begin
sum:=sum*n;
A0:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))));
An:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))))*(1/sqrt(sum));
a:=exp(-((m*w)/(2*1))*sqr(x));
y:=sqrt((m*w)/1)*(x);
psi2[1,k]:=(An/A0)*(1/sqrt(exp(n*ln(2))))*A0*(2*y*a);
prob2[1,k]:=sqr(psi2[1,k]);
form2.stringgrid2.Cells[0,k+151]:=floattostr(x);
form2.stringgrid2.Cells[2,k+151]:=floattostr(prob2[1,k]);
end
else
if n=2 then
begin
sum:=sum*n;
A0:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))));
An:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))))*(1/sqrt(sum));
a:=exp(-((m*w)/(2*1))*sqr(x));
y:=sqrt((m*w)/1)*(x);
psi2[2,k]:=(An/A0)*(1/sqrt(exp(n*ln(2))))*A0*((4*sqr(y)*a)-(2*a));
prob2[2,k]:=sqr(psi2[2,k]);
form2.stringgrid2.Cells[0,k+151]:=floattostr(x);
form2.stringgrid2.Cells[3,k+151]:=floattostr(prob2[2,k]);
end
else
if n=3 then
begin
sum:=sum*n;
A0:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))));
An:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))))*(1/sqrt(sum));
a:=exp(-((m*w)/(2*1))*sqr(x));
y:=sqrt((m*w)/1)*(x);
psi2[3,k]:=(An/A0)*(1/sqrt(exp(n*ln(2))))*A0*((y*((4*sqr(y)*a)-(2*a)))-
(10*y*a)+(4*sqr(y)*y*a));
prob2[3,k]:=sqr(psi2[3,k]);
form2.stringgrid2.Cells[0,k+151]:=floattostr(x);
form2.stringgrid2.Cells[4,k+151]:=floattostr(prob2[3,k]);
end
else
if n=4 then
begin
sum:=sum*n;
A0:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))));
An:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))))*(1/sqrt(sum));
a:=exp(-((m*w)/(2*1))*sqr(x));
```

```
  y:=sqrt((m*w)/1)*(x);
  b:=(10*y*a)-(4*sqr(y)*y*a);
  c:=((y*((4*sqr(y)*a)-(2*a)))-(10*y*a)+(4*sqr(y)*y*a));
  psi2[4,k]:=(An/A0)*(1/sqrt(exp(n*ln(2))))*A0*((y*c)-(26*sqr(y)*a)+(12*a)-
(y*b)+(4*sqr(y)*sqr(y)*a));
  prob2[4,k]:=sqr(psi2[4,k]);
  form2.stringgrid2.Cells[0,k+151]:=floattostr(x);
  form2.stringgrid2.Cells[5,k+151]:=floattostr(prob2[4,k]);
  end
  else
  if n=5 then
  begin
  sum:=sum*n;
  A0:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))));
  An:=(exp(0.25*ln((m*w)/(pi*1))))*(1/sqrt(sum));
  a:=exp(-((m*w)/(2*1))*sqr(x));
  y:=sqrt((m*w)/1)*(x);
  b:=(10*y*a)-(4*sqr(y)*y*a);
  c:=((y*((4*sqr(y)*a)-(2*a)))-(10*y*a)+(4*sqr(y)*y*a));
  d:=((4*sqr(y)*a)-(2*a));
  e:=((y*c)-(26*sqr(y)*a)+(12*a)-(y*b)+(4*sqr(y)*sqr(y)*a));
  f:=(-y*((26*sqr(y)*a)-(12*a)+(y*b)-(4*sqr(y)*sqr(y)*a)))+(y*((10*a)-
(22*sqr(y)*a)+(4*sqr(y)*sqr(y)*a)))+(4*sqr(y)*sqr(y)*y*a);
  psi2[5,k]:=(An/A0)*(1/sqrt(exp(n*ln(2))))*A0*((y*e)-(y*d)+(84*y*a)-
(50*sqr(y)*(y)*a)+(f));
  prob2[5,k]:=sqr(psi2[5,k]);
  form2.stringgrid2.Cells[0,k+151]:=floattostr(x);
  form2.stringgrid2.Cells[6,k+151]:=floattostr(prob2[5,k]);
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n01Click(Sender: TObject);
begin
form3:= Tform3.Create(self);
form3.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:= 0 to l do
   if n =0 then
  Begin
  form3.Series1.AddXY(x,psi1[0,k],'',clred);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
```

```
end;


procedure TForm1.N1Click(Sender: TObject);
begin
form3:= Tform3.Create(self);
form3.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 1 then
  Begin
  form3.Series2.AddXY(x,psi1[1,k],'',clgreen);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n21Click(Sender: TObject);
begin
form3:= Tform3.Create(self);
form3.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 2 then
  Begin
  form3.Series3.AddXY(x,psi1[2,k],'',clblue);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n31Click(Sender: TObject);
begin
form3:= Tform3.Create(self);
form3.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 3 then
  Begin
  form3.Series4.AddXY(x,psi1[3,k],'',clblack);
```

```
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n41Click(Sender: TObject);
begin
form3:= Tform3.Create(self);
form3.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 4 then
  Begin
  form3.Series5.AddXY(x,psi1[4,k],'',clred);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n51Click(Sender: TObject);
begin
form3:= Tform3.Create(self);
form3.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 5 then
  Begin
  form3.Series6.AddXY(x,psi1[5,k],'',clgreen);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;

end;

procedure TForm1.n61Click(Sender: TObject);
begin
form3:= Tform3.Create(self);
form3.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
```

```
   if n = 6 then
  Begin
  form3.Series7.AddXY(x,psi1[6,k],'',clblue);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n71Click(Sender: TObject);
begin
form3:= Tform3.Create(self);
form3.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 7 then
  Begin
  form3.Series8.AddXY(x,psi1[7,k],'',clblack);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n81Click(Sender: TObject);
begin
form3:= Tform3.Create(self);
form3.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 8 then
  Begin
  form3.Series9.AddXY(x,psi1[8,k],'',clred);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n91Click(Sender: TObject);
begin
form3:= Tform3.Create(self);
form3.Show;
x:=-6;
repeat
```

```
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 9 then
  Begin
  form3.Series10.AddXY(x,psi1[9,k],'',clgreen);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n101Click(Sender: TObject);
begin
form3:= Tform3.Create(self);
form3.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 10 then
  Begin
  form3.Series11.AddXY(x,psi1[10,k],'',clblue);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;


procedure TForm1.n02Click(Sender: TObject);
begin
form3:= Tform3.Create(self);
form3.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 0 then
  Begin
  form3.Series1.AddXY(x,psi2[0,k],'',clred);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n11Click(Sender: TObject);
begin
form3:= Tform3.Create(self);
```

```
form3.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 1 then
  Begin
  form3.Series2.AddXY(x,psi2[1,k],'',clgreen);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n22Click(Sender: TObject);
begin
form3:= Tform3.Create(self);
form3.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 2 then
  Begin
  form3.Series3.AddXY(x,psi2[2,k],'',clblue);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n32Click(Sender: TObject);
begin
form3:= Tform3.Create(self);
form3.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 3 then
  Begin
  form3.Series4.AddXY(x,psi2[3,k],'',clblack);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n42Click(Sender: TObject);
```

```
begin
form3:= Tform3.Create(self);
form3.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 4 then
  Begin
  form3.Series5.AddXY(x,psi2[4,k],'',clred);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;


procedure TForm1.n52Click(Sender: TObject);
begin
form3:= Tform3.Create(self);
form3.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 5 then
  Begin
  form3.Series6.AddXY(x,psi2[5,k],'',clgreen);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n03Click(Sender: TObject);
begin
form4:= Tform4.Create(self);
form4.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 0 then
  Begin
  form4.Series1.AddXY(x,prob1[0,k],'',clred);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
```

```
end;

procedure TForm1.n12Click(Sender: TObject);
begin
form4:= Tform4.Create(self);
form4.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 1 then
  Begin
  form4.Series2.AddXY(x,prob1[1,k],'',clgreen);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n23Click(Sender: TObject);
begin
form4:= Tform4.Create(self);
form4.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 2 then
  Begin
  form4.Series3.AddXY(x,prob1[2,k],'',clblue);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n33Click(Sender: TObject);
begin
form4:= Tform4.Create(self);
form4.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 3 then
  Begin
  form4.Series4.AddXY(x,prob1[3,k],'',clblack);
  x:=x+0.1;
```

```
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n43Click(Sender: TObject);
begin
form4:= Tform4.Create(self);
form4.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 4 then
  Begin
  form4.Series5.AddXY(x,prob1[4,k],'',clred);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n53Click(Sender: TObject);
begin
form4:= Tform4.Create(self);
form4.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 5 then
  Begin
  form4.Series6.AddXY(x,prob1[5,k],'',clgreen);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n62Click(Sender: TObject);
begin
form4:= Tform4.Create(self);
form4.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 6 then
  Begin
```

```
  form4.Series7.AddXY(x,prob1[6,k],'',clblue);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n72Click(Sender: TObject);
begin
form4:= Tform4.Create(self);
form4.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 7 then
  Begin
  form4.Series8.AddXY(x,prob1[7,k],'',clblack);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n82Click(Sender: TObject);
begin
form4:= Tform4.Create(self);
form4.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 8 then
  Begin
  form4.Series9.AddXY(x,prob1[8,k],'',clred);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n92Click(Sender: TObject);
begin
form4:= Tform4.Create(self);
form4.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
```

```
  if n = 9 then
  Begin
  form4.Series10.AddXY(x,prob1[9,k],'',clgreen);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n102Click(Sender: TObject);
begin
form4:= Tform4.Create(self);
form4.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 10 then
  Begin
  form4.Series11.AddXY(x,prob1[10,k],'',clblue);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n04Click(Sender: TObject);
begin
form4:= Tform4.Create(self);
form4.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 0 then
  Begin
  form4.Series1.AddXY(x,prob2[0,k],'',clred);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n13Click(Sender: TObject);
begin
form4:= Tform4.Create(self);
form4.Show;
x:=-6;
repeat
```

```
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 1 then
  Begin
  form4.Series2.AddXY(x,prob2[1,k],'',clgreen);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n24Click(Sender: TObject);
begin
form4:= Tform4.Create(self);
form4.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 2 then
  Begin
  form4.Series3.AddXY(x,prob2[2,k],'',clblue);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n34Click(Sender: TObject);
begin
form4:= Tform4.Create(self);
form4.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 3 then
  Begin
  form4.Series4.AddXY(x,prob2[3,k],'',clblack);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n44Click(Sender: TObject);
begin
form4:= Tform4.Create(self);
form4.Show;
```

```
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 4 then
  Begin
  form4.Series5.AddXY(x,prob2[4,k],'',clred);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;

procedure TForm1.n54Click(Sender: TObject);
begin
form4:= Tform4.Create(self);
form4.Show;
x:=-6;
repeat
 for k:= -150 to 150 do
  for n:=0 to l do
   if n = 5 then
  Begin
  form4.Series6.AddXY(x,prob2[5,k],'',clgreen);
  x:=x+0.1;
  end;
until x>6;
end;



end.
```

## LAMPIRAN 2
## LISTING PROGRAM DALAM MAPLE 9.5 (FUNGSI OPERATOR)

```
> restart; f(x):=exp(-(x^2)/2);
```

$$f(x) := e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}$$

```
> diff(f(x),x$2);a(x):=x*f(x);
```

$$-e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} + x^2\, e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}$$

$$a(x) := x\, e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}$$

```
> op1(x):=x*f(x)-diff(f(x),x);
```

$$op1(x) := 2\,x\, e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}$$

```
> op2(x):=(x^2*f(x))-(x*diff(f(x),x))-
(diff(a(x),x))+(diff(f(x),x$2));
```

$$op2(x) := 4\,x^2\, e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} - 2\, e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}$$

```
> op3(x):=(x*op2(x))-diff(op2(x),x);
```

$$op3(x) := x\left(4\,x^2\, e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} - 2\, e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right) - 10\,x\, e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} + 4\,x^3\, e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}$$

```
> op4(x):=(x*op3(x))-diff(op3(x),x);
```

$$op4(x) := x\left(x\left(4\,x^2\, e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} - 2\, e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right) - 10\,x\, e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} + 4\,x^3\, e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right) - 26\,x^2\, e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}$$
$$+ 12\, e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} - x\left(10\,x\, e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} - 4\,x^3\, e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right) + 4\,x^4\, e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}$$

```
> op5:=(x*op4(x))-diff(op4(x),x);
```

$$op5 := x\left(x\left(x\left(4x^2\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} - 2\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right) - 10x\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} + 4x^3\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right) - 26x^2\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right.$$

$$\left. + 12\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} - x\left(10\,x\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} - 4\,x^3\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right) + 4\,x^4\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)$$

$$- x\left(4\,x^2\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} - 2\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right) + 84\,x\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} - 50\,x^3\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}$$

$$-x\left(26x^2\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} - 12\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} + x\left(10x\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} - 4x^3\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right) - 4x^4\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)$$

$$+ x\left(10\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} - 22\,x^2\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)} + 4\,x^4\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right) + 4\,x^5\,\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}$$

```
> op6:=(x*op5(x))-diff(op5(x),x);
```

$$op6 := x\left(\mathrm{x}(x)\left(\mathrm{x}(x)\left(\mathrm{x}(x)\left(4\,\mathrm{x}(x)^2\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x) - 2\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right) - 10\,\mathrm{x}(x)\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right.\right.\right.$$

$$\left. + 4\,\mathrm{x}(x)^3\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right) - 26\,\mathrm{x}(x)^2\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x) + 12\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)$$

$$\left. - \mathrm{x}(x)\left(10\,\mathrm{x}(x)\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x) - 4\,\mathrm{x}(x)^3\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right) + 4\,\mathrm{x}(x)^4\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right)$$

$$- \mathrm{x}(x)\left(4\,\mathrm{x}(x)^2\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x) - 2\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right) + 84\,\mathrm{x}(x)\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)$$

$$- 50\,\mathrm{x}(x)^3\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x) - \mathrm{x}(x)\left(26\,\mathrm{x}(x)^2\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x) - 12\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right.$$

$$\left. + \mathrm{x}(x)\left(10\,\mathrm{x}(x)\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x) - 4\,\mathrm{x}(x)^3\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right) - 4\,\mathrm{x}(x)^4\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right)$$

$$+\,x(x)\left(10\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)-22\,x(x)^2\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)+4\,x(x)^4\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right)$$

$$+\,4\,x(x)^5\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\Bigg)-\left(\frac{d}{dx}x(x)\right)\Bigg(x(x)\Bigg(x(x)\Bigg(4\,x(x)^2\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)$$

$$-\,2\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\Bigg)-10\,x(x)\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)+4\,x(x)^3\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\Bigg)$$

$$-\,26\,x(x)^2\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)+12\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)$$

$$-\,x(x)\left(10\,x(x)\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)-4\,x(x)^3\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right)+4\,x(x)^4\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\Bigg)-x(x)\Bigg(\Bigg(\Bigg($$

$$\left(\frac{d}{dx}x(x)\right)\Bigg(x(x)\Bigg(4\,x(x)^2\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)-2\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\Bigg)-10\,x(x)\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)$$

$$+\,4\,x(x)^3\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\Bigg)+x(x)\Bigg(\left(\frac{d}{dx}x(x)\right)\Bigg(4\,x(x)^2\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)-2\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\Bigg)+$$

$$x(x)\Bigg(8\,x(x)\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\left(\frac{d}{dx}x(x)\right)+4\,x(x)^2\left(\frac{d}{dx}\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right)$$

$$-\,2\left(\frac{d}{dx}\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right)\Bigg)\Bigg)-10\left(\frac{d}{dx}x(x)\right)\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)-10\,x(x)\left(\frac{d}{dx}\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right)$$

$$+\,12\,x(x)^2\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\left(\frac{d}{dx}x(x)\right)+4\,x(x)^3\left(\frac{d}{dx}\left(\mathbf{e}^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right)\Bigg)\Bigg)$$

$$-52\,x(x)\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)\left(\frac{d}{dx}x(x)\right)-26\,x(x)^2\left(\frac{d}{dx}\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)\right)$$

$$+12\left(\frac{d}{dx}\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)\right)-\left(\frac{d}{dx}x(x)\right)\Bigg(10\,x(x)\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)-4\,x(x)^3\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)\Bigg)-$$

$$x(x)\Bigg(10\left(\frac{d}{dx}x(x)\right)\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)+10\,x(x)\left(\frac{d}{dx}\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)\right)$$

$$-12\,x(x)^2\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)\left(\frac{d}{dx}x(x)\right)-4\,x(x)^3\left(\frac{d}{dx}\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)\right)\Bigg)\Bigg)$$

$$+16\,x(x)^3\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)\left(\frac{d}{dx}x(x)\right)+4\,x(x)^4\left(\frac{d}{dx}\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)\right)\Bigg)\Bigg)$$

$$+\left(\frac{d}{dx}x(x)\right)\Bigg(4\,x(x)^2\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)-2\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)\Bigg)+x(x)\Bigg(8\,x(x)\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)\Bigg($$

$$\frac{d}{dx}x(x)\Bigg)+4\,x(x)^2\left(\frac{d}{dx}\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)\right)-2\left(\frac{d}{dx}\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)\right)\Bigg)\Bigg)$$

$$-84\left(\frac{d}{dx}x(x)\right)\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)-84\,x(x)\left(\frac{d}{dx}\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)\right)$$

$$+150\,x(x)^2\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)\left(\frac{d}{dx}x(x)\right)+50\,x(x)^3\left(\frac{d}{dx}\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)\right)+\left(\frac{d}{dx}x(x)\right)\Bigg(26$$

$$x(x)^2\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)-12\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}(x)\right)$$

$$+x(x)\Bigg(10\,x(x)\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)-4\,x(x)^3\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\Bigg)-4\,x(x)^4\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\Bigg)+x(x)\Bigg(\Bigg($$

$$52\,x(x)\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\left(\frac{d}{dx}\,x(x)\right)+26\,x(x)^2\left(\frac{d}{dx}\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right)$$

$$-12\left(\frac{d}{dx}\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right)+\left(\frac{d}{dx}\,x(x)\right)\left(10\,x(x)\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)-4\,x(x)^3\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right)+$$

$$x(x)\Bigg(10\left(\frac{d}{dx}\,x(x)\right)\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)+10\,x(x)\left(\frac{d}{dx}\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right)$$

$$-12\,x(x)^2\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\left(\frac{d}{dx}\,x(x)\right)-4\,x(x)^3\left(\frac{d}{dx}\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right)\Bigg)\Bigg)$$

$$-16\,x(x)^3\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\left(\frac{d}{dx}\,x(x)\right)-4\,x(x)^4\left(\frac{d}{dx}\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right)\Bigg)\Bigg)$$

$$-\left(\frac{d}{dx}\,x(x)\right)\left(10\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)-22\,x(x)^2\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)+4\,x(x)^4\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right)-x(x)$$

$$\Bigg(10\left(\frac{d}{dx}\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right)-44\,x(x)\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\left(\frac{d}{dx}\,x(x)\right)$$

$$-22\,x(x)^2\left(\frac{d}{dx}\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\right)+16\,x(x)^3\left(e^{\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}\right)(x)\left(\frac{d}{dx}\,x(x)\right)$$

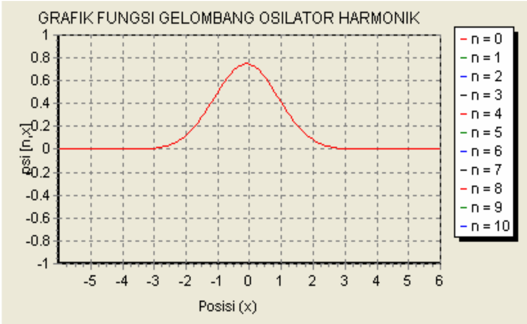
$$+ 4\, x(x)^4 \left( \frac{d}{dx} \left( e^{\left(-\frac{1}{2} x^2\right)} \right)(x) \right) \Bigg) - 20\, x(x)^4 \left( e^{\left(-\frac{1}{2} x^2\right)} \right)(x) \left( \frac{d}{dx} x(x) \right)$$

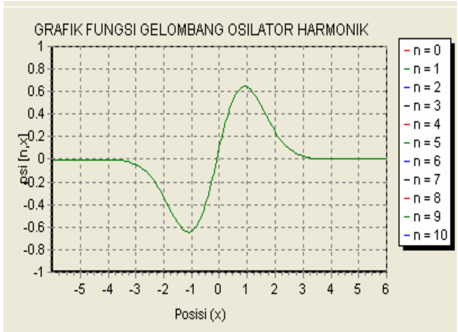
$$- 4\, x(x)^5 \left( \frac{d}{dx} \left( e^{\left(-\frac{1}{2} x^2\right)} \right)(x) \right)$$

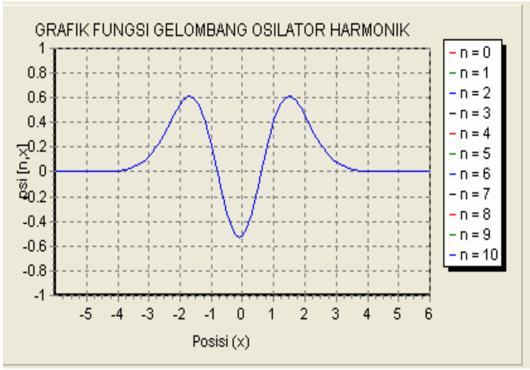
**LAMPIRAN 3**

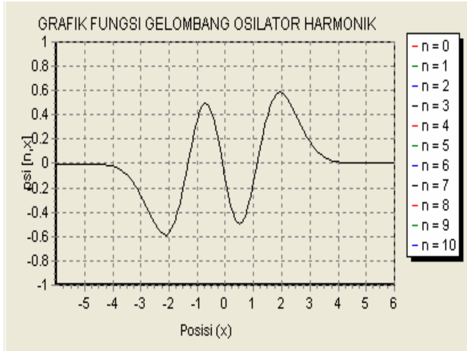
# TAMPILAN OUTPUT PROGRAM

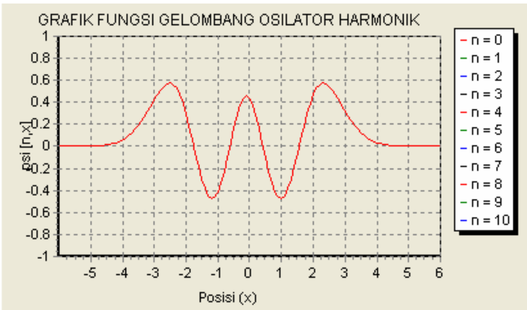
1. Fungsi Gelombang Polinomial Hermitte dan Operator.

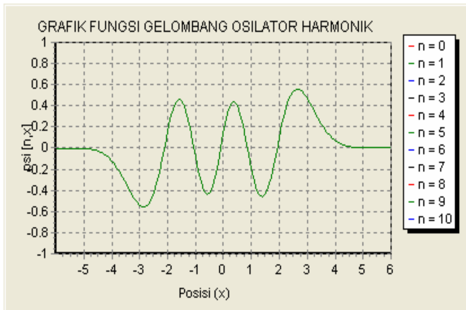


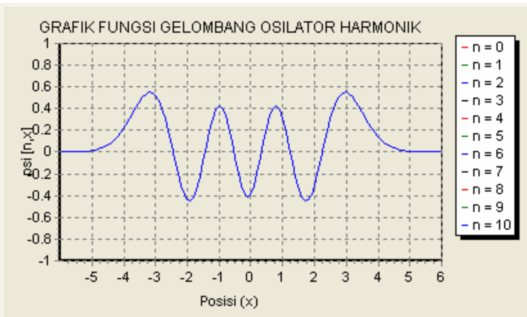



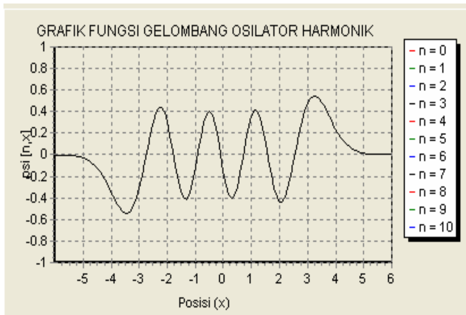



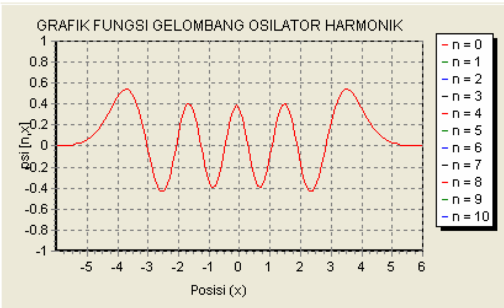



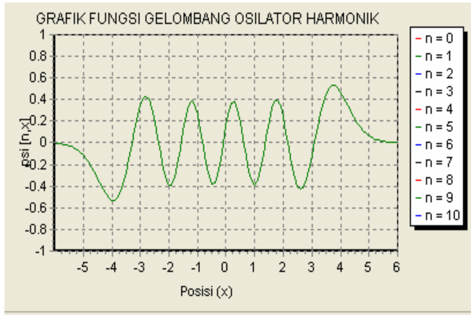



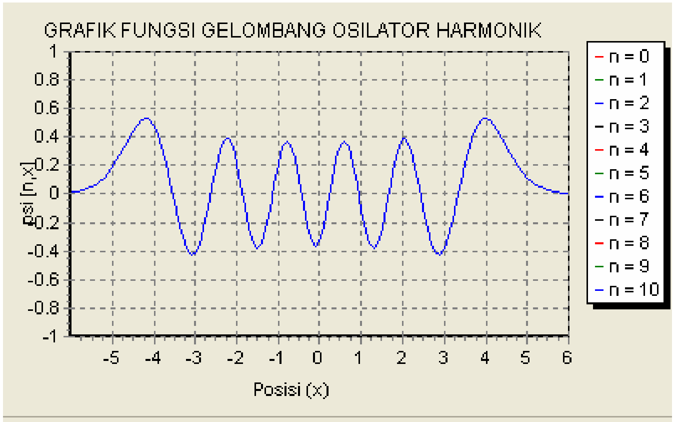



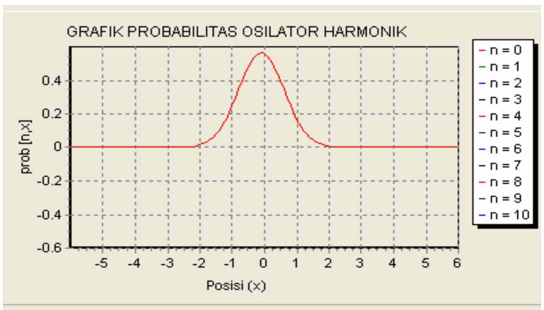



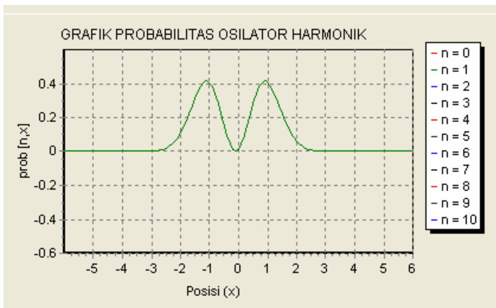


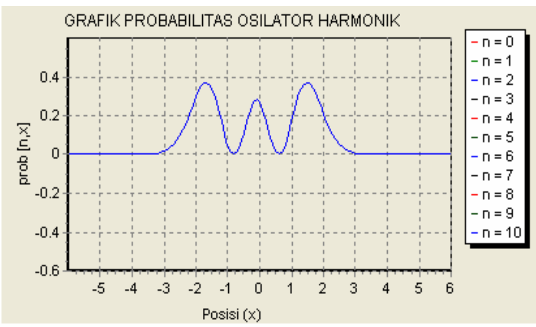



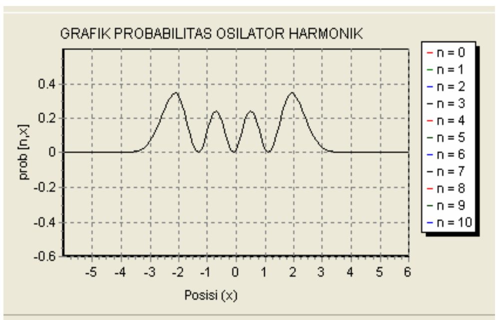



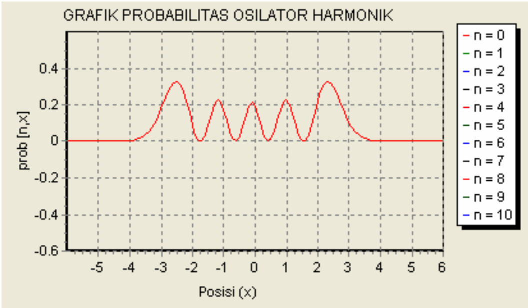

2. Probabilitas Fungsi Gelombang Polinomial Hermitte dan Operator.

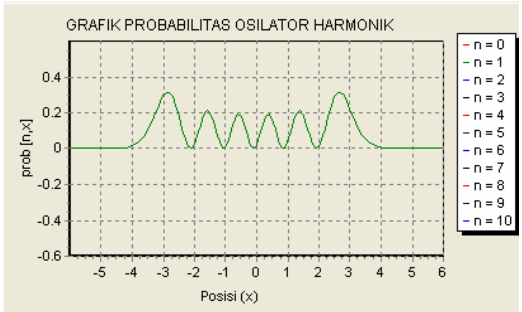


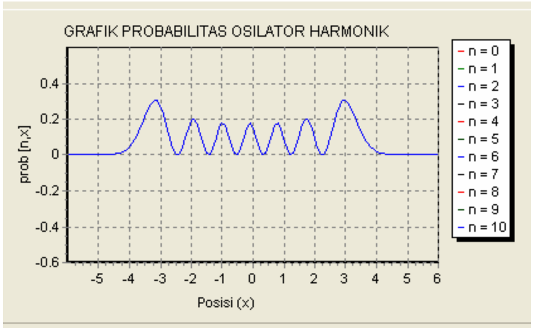



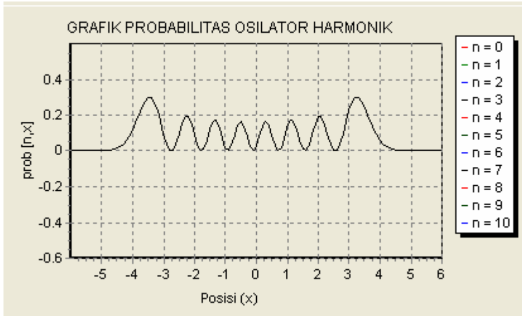



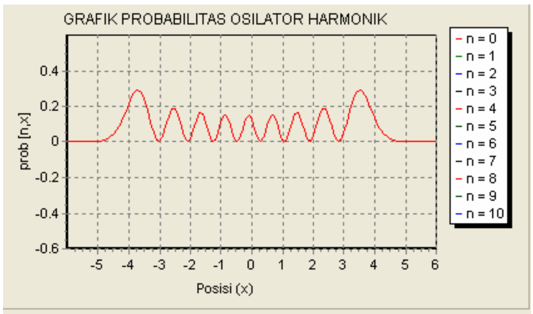



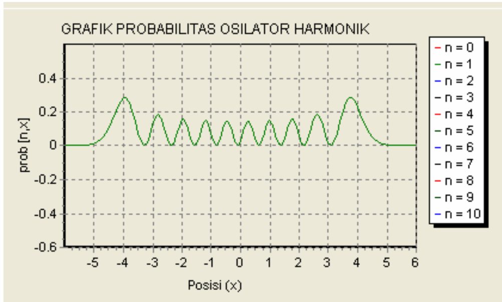

GRAFIK PROBABILITAS OSILATOR HARMONIK
prob [n,x]
Posisi (x)
n = 0
n = 1
n = 2
n = 3
n = 4
n = 5
n = 6
n = 7
n = 8
n = 9
n = 10

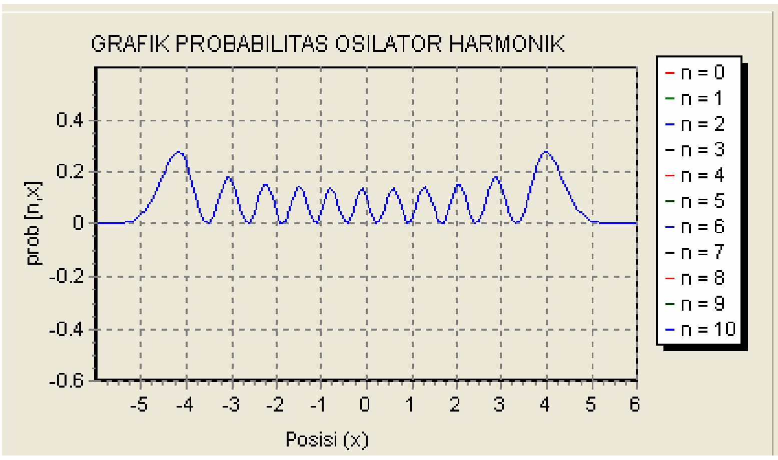

GRAFIK PROBABILITAS OSILATOR HARMONIK
prob [n,x]
Posisi (x)
n = 0
n = 1
n = 2
n = 3
n = 4
n = 5
n = 6
n = 7
n = 8
n = 9
n = 10


GRAFIK PROBABILITAS OSILATOR HARMONIK
prob [n,x]
Posisi (x)
n = 0
n = 1
n = 2
n = 3
n = 4
n = 5
n = 6
n = 7
n = 8
n = 9
n = 10


GRAFIK PROBABILITAS OSILATOR HARMONIK
prob [n,x]
Posisi (x)
n = 0
n = 1
n = 2
n = 3
n = 4
n = 5
n = 6
n = 7
n = 8
n = 9
n = 10


GRAFIK PROBABILITAS OSILATOR HARMONIK
prob [n,x]
Posisi (x)
n = 0
n = 1
n = 2
n = 3
n = 4
n = 5
n = 6
n = 7
n = 8
n = 9
n = 10


GRAFIK PROBABILITAS OSILATOR HARMONIK
prob [n,x]
Posisi (x)
n = 0
n = 1
n = 2
n = 3
n = 4
n = 5
n = 6
n = 7
n = 8
n = 9
n = 10


GRAFIK PROBABILITAS OSILATOR HARMONIK
prob [n,x]
Posisi (x)
n = 0
n = 1
n = 2
n = 3
n = 4
n = 5
n = 6
n = 7
n = 8
n = 9
n = 10